

Dinâmica

Assunto: Leis de Newton

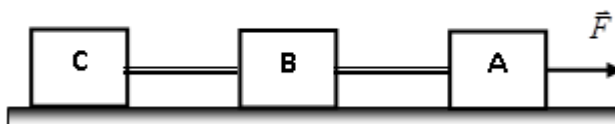
Aula 02 – Trações, Plano Inclinado e Atrito

Para acompanhar esta aula em vídeo, vá na aba Aulas e clique em Dinâmica – [aula 02](#)

Como complemento da aula anterior, vamos fazer um exercício que envolve trações de cordas.

Exercício de aprendizagem:

1) A figura abaixo ilustra três corpos A, B e C unidos por fio inextensível e de massa desprezível. As massas dos corpos são, respectivamente, iguais a 5 kg, 10 kg e 35 kg. A intensidade da força F é 100 N e o atrito entre os corpos e a superfície é desprezível. Com base nos dados determine:



Com base nos dados determine:

- faça um esquema de todas as forças que atuam no conjunto.
- a aceleração do sistema;
- a tração em cada fio.

Força de atrito:



Seja **A** um bloco inicialmente em repouso sobre um plano e apliquemos a esse corpo uma pequena força \vec{F} , como se vê na figura. Verificamos que mesmo tendo sido aplicada ao corpo uma força, esse corpo não se moverá.

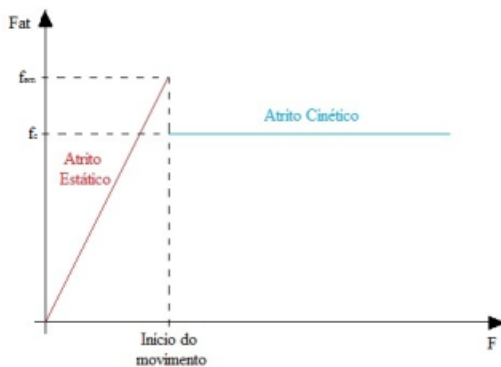
Se isso ocorre, concluímos que sobre o mesmo estará agindo outra força, de mesmo módulo e em sentido oposto a \vec{F} (figura ao lado) uma outra força que está impedindo o movimento do bloco. A esta força, denominaremos força de atrito f_{at} .

Podemos, a seguir, aumentar gradativamente o valor da força \vec{F} . Enquanto o bloco não se deslocar significa que a intensidade da força de atrito também estará aumentando, de tal forma que a resultante das forças atuantes no bloco continua nula.

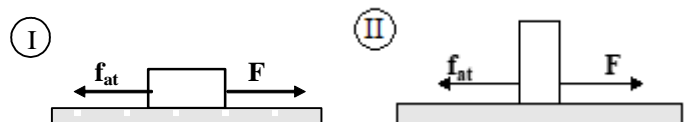
Mas a prática nos mostra que, a partir de um determinado momento, o bloco passa a se deslocar no sentido da força \vec{F} . A interpretação desse fenômeno é a seguinte: Embora a intensidade da força de atrito possa aumentar à medida que aumentamos a intensidade da força solicitante \vec{F} , a força de atrito atinge um determinado valor máximo; a partir desse momento, a tendência do bloco é sair do repouso. O valor máximo atingido pela força de atrito na fase estática é diretamente proporcional à intensidade da reação normal \mathbf{N} do bloco. Esse resultado, experimental, pode ser expresso na forma:

$$f_{at.est.} = \mu_e \cdot N$$

Nesta expressão, μ_e é o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície. Uma vez atingido o valor máximo da força de atrito, se aumentarmos a intensidade da força \vec{F} , o corpo entrará em movimento acelerado, no sentido de \vec{F} . Nessa segunda fase, denominada dinâmica, a intensidade da força de atrito será menor que o valor máximo da força de atrito estático e seu valor poderá ser considerado constante para facilitar a resolução de problemas. Caso o examinador, ao se referir à existência de atrito entre duas superfícies, não faça referência explícita ao coeficiente de atrito dinâmico ou estático, deveremos considerar $\mu_e = \mu_d$. O gráfico abaixo nos dará uma ideia aproximada de como esta força age.

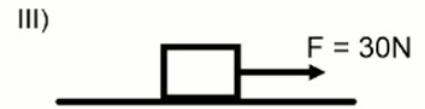
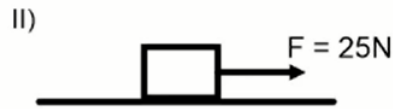
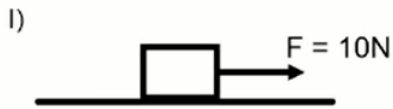


obs. A força de atrito (estático ou dinâmico) não depende da área de contato entre as superfícies. Assim nas figuras abaixo, onde os dois blocos são idênticos e \vec{F} também, as força de atrito tanto em 1 como em 2, são iguais, apesar de as superfícies em contato serem diferentes.



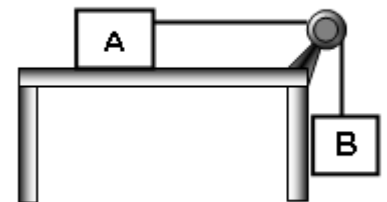
Exercícios de aprendizagem:

2) O bloco abaixo, inicialmente em repouso, está sobre uma superfície não polida, cujo coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície vale 0,5 e o coeficiente de atrito dinâmico ou cinético vale 0,2. Determine em cada caso a intensidade da força resultante sobre o bloco e a aceleração quando houver, sabendo que o bloco tem uma massa de 5kg. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



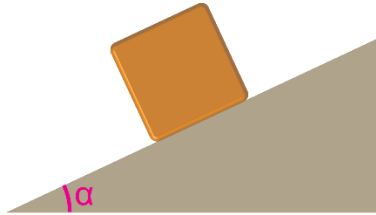
3) Dois corpos A e B, de massas $m_A = 3 \text{ kg}$ e $m_B = 6 \text{ kg}$, estão ligados por um fio ideal que passa por uma polia sem atrito, conforme a figura. Entre o corpo A e o apoio, o coeficiente de atrito é 0,5. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a aceleração dos corpos;
- a intensidade da tração no fio.
- Faça um esquema de todas as forças que agem no sistema.



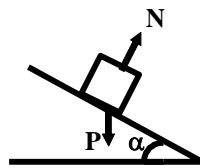
Plano inclinado sem atrito:

Plano inclinado é o nome que se dá a uma superfície plana que forma com a horizontal um certo ângulo α .

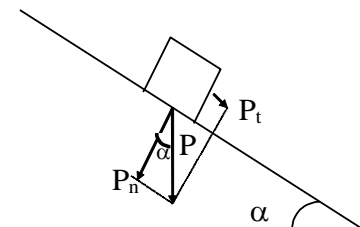


Considere agora um bloco de massa m sobre um plano inclinado e despreze o atrito.

As forças atuantes no bloco são o seu peso e a reação normal.



Projetando o peso paralelamente ao plano inclinado teremos a força tangente P_t paralela ao plano inclinado e que estará fazendo o corpo descer a rampa. E projetando o peso perpendicularmente ao plano inclinado, teremos a força que puxa o corpo para o plano P_n força essa que será responsável pelo surgimento da Normal (força que o plano exercerá sobre o corpo).

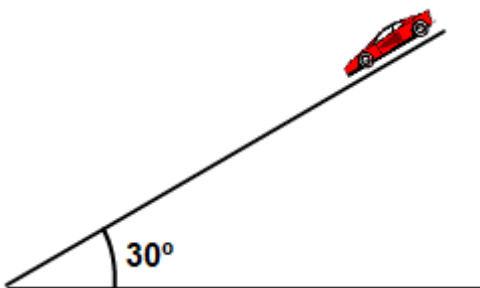


$$\begin{aligned} P_n &= N = P \cos \alpha \\ P_t &= P \sin \alpha \end{aligned}$$

(demonstração na aula)

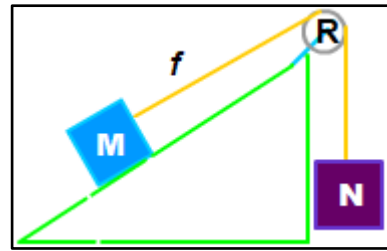
Exercício de aprendizagem:

4) O carrinho da figura está sobre um plano inclinado de 30° com a horizontal. Desprezando qualquer tipo de atrito, determine a aceleração do carrinho plano abaixo. (adotar $g = 10 \text{ m/s}^2$)



5) (Fiube-MG) - Na figura abaixo temos:

- . M e N: corpos de mesma massa;
- . f: fio inextensível, de massa desprezível;
- . R: roldana de massa desprezível.



Desprezando todas as eventuais forças de atrito e considerando os corpos M e N inicialmente em repouso, podemos afirmar corretamente que, após liberado o sistema, o corpo N:

- a) desce com velocidade constante;
- b) desce com aceleração menor que $9,8 \text{ m/s}^2$;
- c) desce com aceleração maior que $9,8 \text{ m/s}^2$;
- d) sobe com aceleração menor que $9,8 \text{ m/s}^2$;
- e) sobe com velocidade constante.

Plano inclinado com atrito:

Praticamente a resolução dos problemas de plano inclinado com atrito não muda muito em relação ao plano inclinado sem atrito. O que devemos lembrar é que a força de atrito age contra o escorregamento entre as superfícies em contato do corpo com o plano, e que este valor é dado por :

$$f_{at} = \mu \cdot N'$$

Onde μ é o coeficiente de atrito e N' é a "NORMAL" que tem o mesmo valor numérico de P_y .

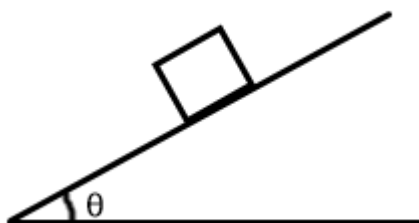


Figura 1

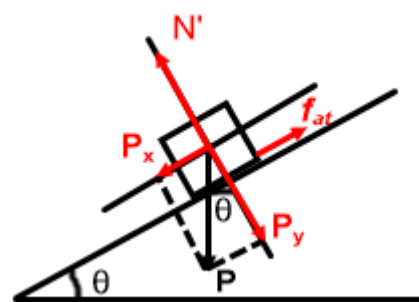


Figura 2

$$P_x = P \cdot \text{sen } \theta \quad \text{e} \quad P_y = N' = P \cdot \text{cos } \theta$$

$$P_x - f_{at} = m \cdot a$$

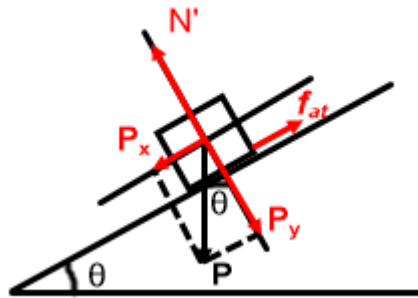
então

$$P \cdot \text{sen } \theta - \mu \cdot N' = m \cdot a$$

(daí continua-se o desenvolvimento dependendo dos dados do problema).

Como exemplo, vamos determinar a aceleração de um corpo plano abaixo, sabendo que o coeficiente de atrito entre o corpo e o plano vale μ e que o plano faz um ângulo θ com a horizontal como na figura 1. Vamos considerar a aceleração da gravidade igual a "g".

Solução: Primeiramente vamos representar um esquema das forças que agem no corpo:



Na direção do possível movimento (plano abaixo) teremos:

$$P_x - f_{at} = m \cdot a$$

$$P \cdot \text{sen } \theta - \mu \cdot N' = m \cdot a \quad \text{Como } N' = P \cdot \text{cos } \theta$$

$$P \cdot \text{sen } \theta - \mu \cdot P \cdot \text{cos } \theta = m \cdot a$$

$$mg \cdot \text{sen } \theta - \mu \cdot mg \cdot \text{cos } \theta = m \cdot a$$

$$a = g \text{sen } \theta - \mu g \text{cos } \theta$$

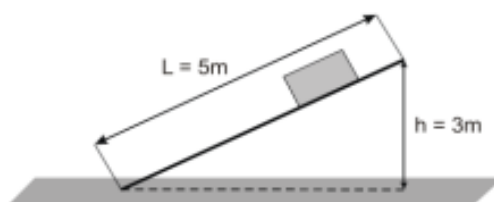
$$a = g \cdot (\text{sen } \theta - \mu \text{cos } \theta)$$

Exercício de aprendizagem:

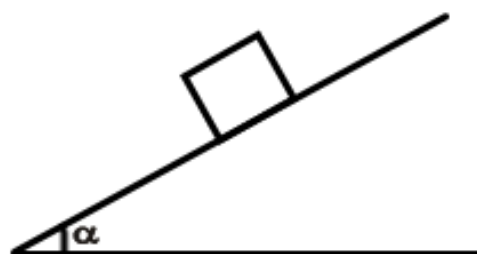
6) (Uece) Uma criança desliza em um tobogã muito longo, com uma aceleração constante. Em um segundo momento, um adulto, com o triplo do peso da criança, desliza por esse mesmo tobogã, com aceleração também constante. Trate os corpos do adulto e da criança como massas puntiformes e despreze todos os atritos. A razão entre a aceleração do adulto e a da criança durante o deslizamento é:

- 1.
- 2.
- 1/3.
- 4.

7) Um bloco com massa 8 kg desce uma rampa de 5,0 m de comprimento e 3 m de altura, conforme a figura abaixo. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a rampa é 0,4 e a aceleração da gravidade é 10 m/s^2 . Determine a aceleração do bloco.

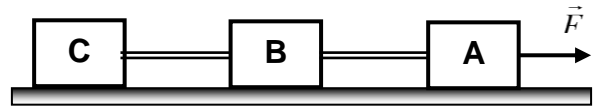


9) O bloco da figura está na iminência de movimento. Portanto prove que o coeficiente de atrito é igual a tangente do ângulo de inclinação da rampa.



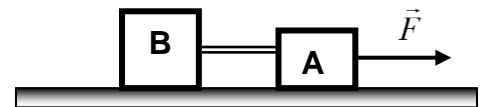
Exercícios de Fixação:

1) A figura abaixo ilustra três corpos A, B e C unidos por fio inextensível e de massa desprezível. As massas dos corpos são, respectivamente, iguais a 10 kg, 15 kg e 25 kg. A intensidade da força F é 100 N e o atrito entre os corpos e a superfície é desprezível. Com base nos dados determine:



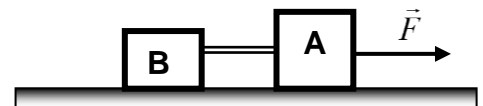
- a) a aceleração do sistema;
- b) a tração em cada fio.
- c) faça um esquema de todas as forças que atuam no conjunto.

2) Dois blocos A e B de massas respectivamente iguais a 4 kg e 9 kg, inicialmente em repouso estão interligados por um fio inextensível e de massa desprezível, sobre uma superfície plana, horizontal e polida. Sobre A aplica-se uma força $F = 260$ N, conforme indica a figura. Admitindo $g = 10$ m/s², pede-se:



- a) a aceleração do conjunto;
- b) a tração no fio que une A a B.
- c) faça um esquema de todas as forças que atuam no conjunto.

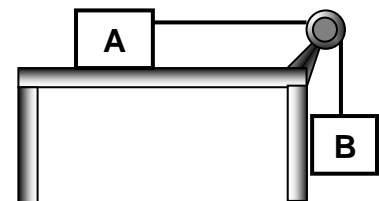
3) As caixas A e B estão interligadas por um fio que se dispõe paralelamente ao plano. A força horizontal F , de intensidade 50N, é aplicada em A. As caixas entram em movimento acelerado para a direita. Calcule:



- a) a aceleração das caixas;
- b) a intensidade da força de tração no fio.

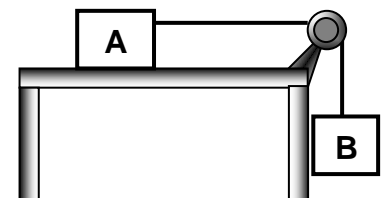
Dados: $m_A = 6$ kg
 $m_B = 4$ kg

4) O corpo A está ligado ao B por meio de um fio flexível e inextensível que passa por uma roldana de massa desprezível. A aceleração da gravidade local é de 10 m/s², as massas dos corpos $m_A = 12$ kg e $m_B = 8$ kg e o atrito com a superfície desprezível. Determine:



- a) o módulo da aceleração;
- b) a tração no fio.

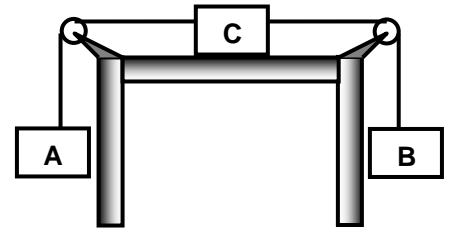
5) Dois blocos, A e B, de massas respectivamente iguais a 14kg e 6kg, são ligados a um fio ideal que passa por uma polia também ideal, como mostra a figura. A aceleração da gravidade tem módulo $g = 10$ m/s² e não há atrito entre o bloco A e a superfície de apoio. Calcule os módulos:



- a) da aceleração do bloco B;
- b) da tração no fio;
- c) da força exercida pelo fio sobre a polia.

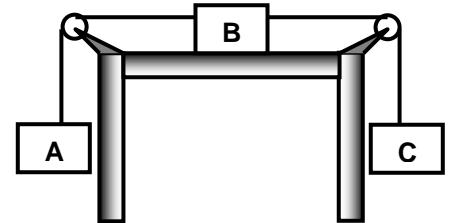
6) Nesta questão as massas de A e B são respectivamente iguais a 6kg e 4 kg. Além de A e B participa deste problema um corpo C, de massa 10 kg. O sistema está representado na figura abaixo. Calcule a intensidade:

- da aceleração dos corpos;
- das trações nos fios A e B.
- represente no esquema todas as forças que agem no sistema.



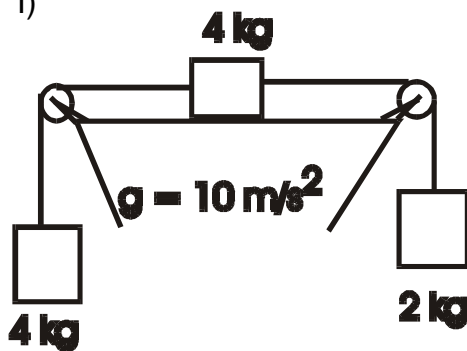
7) No esquema representado na figura, os blocos A, B e C têm massas respectivamente iguais a 9kg, 6 kg e 5 kg. Os fios e as polias são ideais e a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s^2 . Desprezando o atrito, calcule:

- o módulo da aceleração do bloco B;
- o módulo da tração no fio preso ao bloco A;
- o módulo da tração no fio preso ao bloco C;

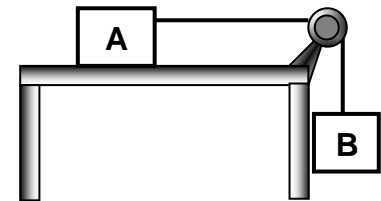


8) Em cada um dos sistemas abaixo determine a aceleração do sistema e as trações das cordas: Despreze qualquer possível atrito.

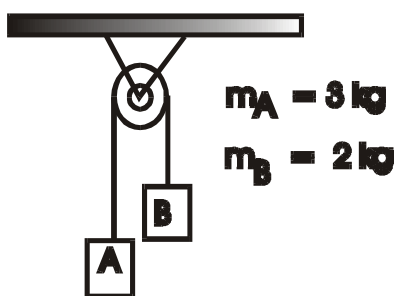
I)



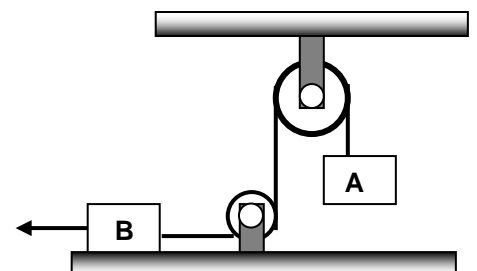
II)



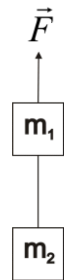
III)



9) Dois blocos A e B, de massas respectivamente iguais a 3kg e 7 kg, estão ligados a um fio ideal que passa por duas polias ideais, como mostra a figura. O bloco B é puxado por uma força horizontal \vec{F} cuja intensidade é 50N. Sabendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando o atrito, calcule o módulo da aceleração do bloco A e a tração no fio.



10) (FEI) Dois blocos de massas $m_1 = 2 \text{ kg}$ e $m_2 = 4 \text{ kg}$ são ligados por um fio inextensível de massa desprezível, conforme mostra a figura. Um segundo fio é ligado ao bloco superior. Aplica-se ao segundo fio uma força \vec{F} . Pede-se a intensidade da força \vec{F} para que a aceleração dos blocos seja dirigida para cima e igual a 2 m/s^2 . Neste caso qual a intensidade da força de tração no fio entre os blocos? Dado $g = 10 \text{ m/s}^2$

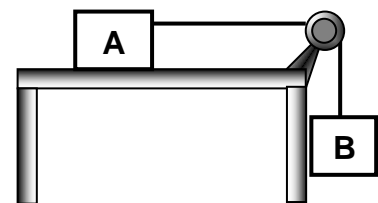


11) O coeficiente de atrito entre o corpo e a superfície horizontal sobre a qual se desloca é $0,3$. O corpo tem massa de 8 kg e apresenta movimento uniforme. Sendo a aceleração da gravidade local $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a intensidade:

- da reação normal de apoio sobre o corpo;
- da força de atrito que age sobre o corpo;
- da força que atua sobre o corpo no sentido do movimento.

12) Dois corpos A e B, de massas $m_A = 3 \text{ kg}$ e $m_B = 6 \text{ kg}$, estão ligados por um fio ideal que passa por uma polia sem atrito, conforme a figura. Entre o corpo A e o apoio, o coeficiente de atrito é $0,5$. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a aceleração dos corpos;
- a intensidade da tração no fio.
- Faça um esquema de todas as forças que agem no sistema.



13) Um bloco de peso igual a 100 N é arrastado com velocidade constante sobre uma superfície horizontal, cujo coeficiente de atrito é $0,2$.

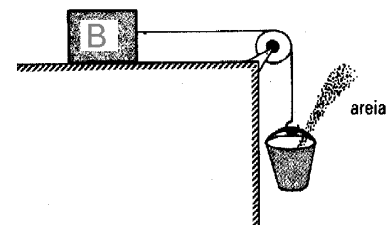
- Qual a intensidade da força de atrito da superfície sobre o bloco?
- Qual a intensidade da força que atua sobre o bloco, no sentido do movimento?

14) (UFJF) - Na situação esquematizada na figura, um homem de 70 kg de massa está deitado sobre uma mesa horizontal para submeter-se a uma terapia por tração: (adote $g = 10 \text{ m/s}^2$)



O fio e a polia são ideais e o coeficiente de atrito estático entre o corpo do homem e a mesa vale $0,40$. Se o homem está na iminência de deslizar sobre a mesa qual o valor da massa M ?

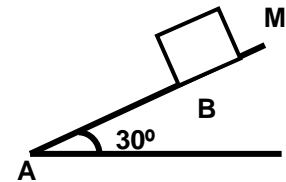
15) Um bloco B, de 5 kg de massa, está em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito estático entre eles é $0,2$. Coloca-se areia no balde à razão de 100 g por segundo. Quanto tempo o bloco B permanecerá em repouso?



16) Um objeto de peso igual a 20 N é lançado verticalmente para cima. Desprezando influências do ar, a única força que atua no objeto após o lançamento é seu peso, e mesmo assim ele sobe.

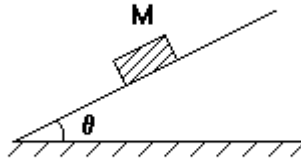
- Que propriedade da matéria justifica a subida do objeto?
- Quais os módulos da velocidade e da força resultante no objeto quando ele atinge a altura máxima?
- Qual a intensidade da força com que o objeto atrai a Terra?
- No ponto de altura máxima o objeto se encontra em repouso?

17) O bloco da figura está sobre um plano inclinado de 30° . O bloco tem massa de 2 kg e o coeficiente de atrito entre o bloco e o plano inclinado é de 0,2. Determine a aceleração do bloco. Adote $\sqrt{3} = 1,7$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$



18) (Cesgranrio) A intensidade da força paralela ao plano de apoio que coloca o bloco, de massa M , em equilíbrio é:

- a) $M \cdot g$
- b) $M \cdot g \cdot \text{sen } \theta$
- c) $\frac{M \cdot g}{\text{sen } \theta}$
- d) $M \cdot g \cdot \text{cos } \theta$
- e) $M \cdot g \cdot \text{tg } \theta$



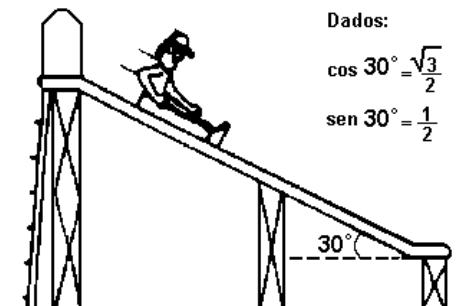
19) (Uel) Um corpo de massa 2,0 kg é abandonado sobre um plano perfeitamente liso e inclinado de 37° com a horizontal. Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\text{sen } 37^\circ = 0,60$ e $\text{cos } 37^\circ = 0,80$, conclui-se que a aceleração com que o corpo desce o plano tem módulo, em m/s^2 ,

- a) 4,0
- b) 5,0
- c) 6,0
- d) 8,0
- e) 10

20) (Pucsp) Uma criança de 30 kg começa a descer um escorregador inclinado de 30° em relação ao solo horizontal. O coeficiente de atrito dinâmico entre o escorregador e a roupa da criança é $\frac{\sqrt{3}}{3}$ e a aceleração local da gravidade é 10 m/s^2 .

Após o início da descida, como é o movimento da criança enquanto escorrega?

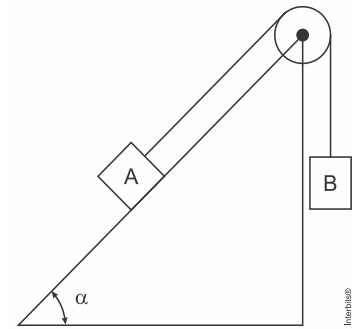
- a) não há movimento nessas condições.
- b) desce em movimento acelerado.
- c) desce em movimento uniforme e retilíneo.
- d) desce em movimento retardado até o final.
- e) desce em movimento retardado e para antes do final do escorregador.



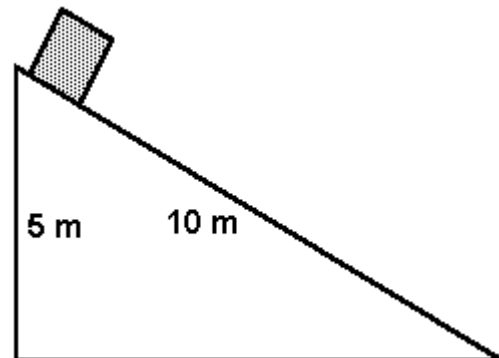
21) (Unesp) No sistema a seguir, A tem massa $m_A = 10 \text{ kg}$. B tem massa $m_B = 15 \text{ kg}$. $\alpha = 45^\circ$.

Qual será o coeficiente de atrito entre as superfícies em contato, do corpo A com o plano, para que o corpo se desloque com movimento uniforme?

Observações: $g = 10 \text{ m/s}^2$; o peso da corda, o atrito no eixo da roldana e a massa da roldana são desprezíveis.



22) (Uece 1996) É dado um plano inclinado de 10 m de comprimento e 5 m de altura, conforme é mostrado na figura. Uma caixa, com velocidade inicial nula, escorrega, sem atrito, sobre o plano. Se $g = 10 \text{ m/s}^2$, o tempo empregado pela caixa para percorrer todo o comprimento do plano, é:



- a) 5 s
- b) 3 s
- c) 4 s
- d) 2 s

23) (Uel) Um corpo de massa 4,0 kg é lançado sobre um plano inclinado liso que forma 30 graus com o plano horizontal. No instante $t_0 = 0$, a velocidade do corpo é 5,0 m/s e, no instante t_1 , o corpo atinge a altura máxima. O valor de t_1 , em segundos, é igual a

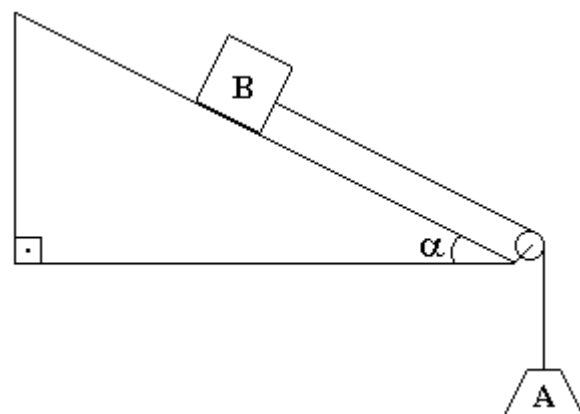
Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$ $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,500$ $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = 0,866$

- a) 1,0
- b) 1,5
- c) 2,0
- d) 2,5
- e) 5,0

24) (Mackenzie) A ilustração a seguir refere-se a uma certa tarefa na qual o bloco B dez vezes mais pesado que o bloco A deverá descer pelo plano inclinado com velocidade constante. Considerando que o fio e a polia são ideais, o coeficiente de atrito cinético entre o bloco B e o plano deverá ser:

Dados: $\sin \alpha = 0,6$ $\cos \alpha = 0,8$

- a) 0,500
- b) 0,750
- c) 0,875
- d) 1,33
- e) 1,50



25) A seguir julgue os itens e escreva nos parênteses (V) se for verdadeiro ou (F) se for falso.

(Ufmt) Com relação aos planos inclinados, podemos afirmar:

() ângulo crítico é o ângulo formado entre o plano inclinado e a horizontal, utilizado para calcular o coeficiente de atrito cinético entre o plano e o corpo que o desce com velocidade constante.

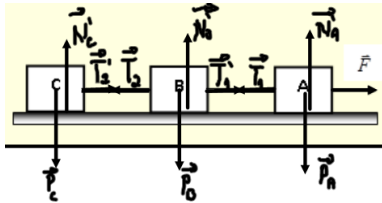
() quanto menor o ângulo do plano inclinado, menor será o coeficiente de atrito entre o corpo e o mesmo.

() a aceleração de um corpo que desce um plano inclinado, sem atrito, depende da massa desse corpo.

() a aceleração de um corpo que desce um plano inclinado, sem atrito, depende do ângulo do plano e da localidade em que ele se encontra.

Respostas:

Exercícios de aprendizagem:

1) a)  b) $a = 2 \text{ m/s}^2$ c) $T_1 = 90 \text{ N}$ e $T_2 = 70 \text{ N}$

2) I) $F_R = 0$ II) $F_R = 0$ III) $F_R = 20 \text{ N}$ $a = 4 \text{ m/s}^2$

3) a) $a = 5 \text{ m/s}^2$ b) $T = 30 \text{ N}$ c) na aula

4) $a = 5 \text{ m/s}^2$ 5) b 6) a (a aceleração não irá depender da massa)

7) $a = 2,8 \text{ m/s}^2$ 9) $\mu = \text{tg } \alpha$

Exercícios de Fixação:

1) a) 2 m/s^2 b) 50 N e 80 N c) no esquema você deve mostra além das forças de tração e F, as forças peso e normal. 2) a) 20 m/s^2 b) 180 N 3) a) 5 m/s^2 b) 20 N 4) a) 4 m/s^2 b) 48 N 5) a) 3 m/s^2 b) 42 N c) $42\sqrt{2} \text{ N}$ 6) a) 1 m/s^2 b) $T_A = 54 \text{ N}$ $T_B = 44 \text{ N}$ c) No esquema devem aparecer o peso de A, B e C além das trações e a normal de C. 7) a) 2 m/s^2 b) 72 N c) 60 N 8) I) a) 2 m/s^2 b) $T_1 = 32 \text{ N}$ $T_2 = 24 \text{ N}$ II) a) 2 m/s^2 b) $T = 24 \text{ N}$ 9) 2 m/s^2 e 36 N 10) a) $F = 72 \text{ N}$ b) $T = 48 \text{ N}$ 11) a) 80 N b) 24 N c) 24 N 12) a) 5 m/s^2 b) $T = 30 \text{ N}$ 13) a) 20 N b) 20 N 14) $M = 27 \text{ kg}$ 15) 10 s 16) a) Inércia b) 20 N c) 20 N d) momentaneamente sim! 17) $3,3 \text{ m/s}^2$ 18) b 19) c 20) c 21) $\mu = 1,14$ 22) d 23) a 24) c 25) V F F V