

Cinemática

Assunto: Cinemática Vetorial

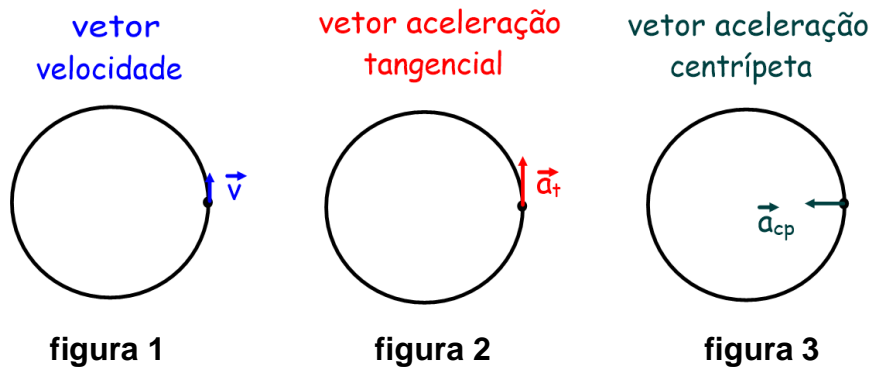
Aula 10 – Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV)

Para acompanhar esta aula em vídeo, vá na aba Aulas e clique em Cinemática Vetorial – [aula 10](#)

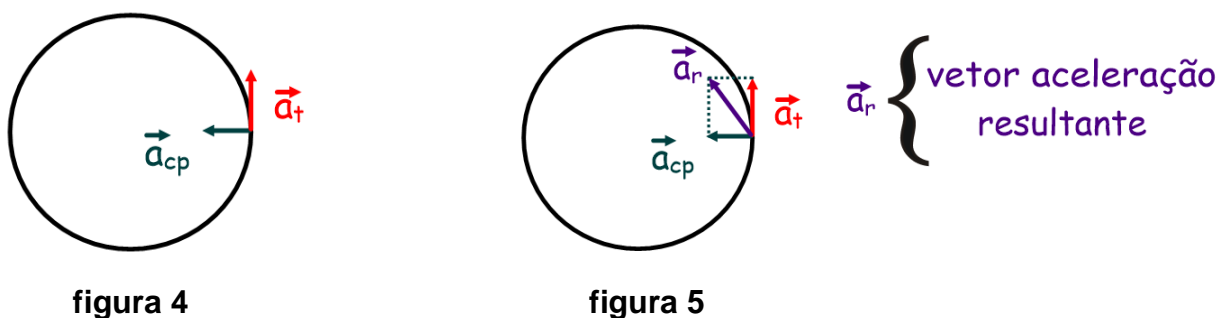
Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV)

O movimento agora não será mais circular e uniforme. Agora a velocidade de giro de uma polia estará aumentando uniformemente com o tempo, isto é, agora teremos uma aceleração aumentando a velocidade de giro.

Baseado no que já estudamos nos capítulos anteriores, vamos representar na figura abaixo três vetores, velocidade, aceleração tangencial e aceleração centrípeta, de um ponto na periferia de uma polia que gira em movimento circular acelerado no sentido anti-horário.



Na **figura 1** estou representando o vetor velocidade que será sempre tangente a trajetória. Na **figura 2** represento a aceleração tangencial, que no caso é a favor do movimento e está aumentando, em módulo, o valor do vetor velocidade. Se a aceleração tangencial fosse contra o sentido do vetor velocidade, o valor da velocidade em módulo estaria diminuindo. Já o vetor aceleração centrípeta representado na **figura 3** será sempre direcionado para o centro da trajetória. Lembre-se que o vetor aceleração centrípeta é o responsável pela mudança na direção do vetor velocidade.



Na **figura 4** represento ao mesmo tempo tanto a aceleração tangencial como a aceleração centrípeta. Como temos presente estas duas acelerações, teremos então para esse ponto uma aceleração resultante que estará representada na **figura 5**.

O módulo desta aceleração resultante será dada pela soma vetorial da aceleração tangencial com a aceleração centrípeta.

$$\vec{a}_r = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp} \rightarrow |\vec{a}_r| = \sqrt{(a_t)^2 + (a_{cp})^2}$$

Como se trata de um **movimento circular uniformemente variado**, teremos escalarmente para um ponto fora do centro da circunferência um movimento uniformemente variado cujas equações serão dadas por:

$$\begin{aligned} s &= s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \\ v &= v_0 + a t \\ v^2 &= v_0^2 + 2 a \Delta s \end{aligned}$$

Já estudamos, no movimento circular e uniforme, que se dividirmos a posição escalar de um móvel pelo raio da trajetória teremos a posição angular. Se dividirmos a velocidade escalar pelo raio, teremos a velocidade angular. Analogamente se dividirmos a aceleração escalar pelo raio, teremos a aceleração angular. Sendo assim, dividindo todas as equações acima pelo raio, teremos angularmente para um ponto que gira em uma circunferência com movimento circular uniformemente variado as equações angulares:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \\ \omega &= \omega_0 + \alpha t \\ \omega^2 &= \omega_0^2 + 2 \alpha \Delta \theta \end{aligned}$$

Lembrando-se que tudo que temos angularmente para um ponto a uma distância R do centro da circunferência, em radianos, se multiplicarmos pelo raio (R) teremos seu respectivo valor escalar.

$$\boxed{s = \theta \cdot R} \quad \boxed{s_0 = \theta_0 \cdot R} \quad \boxed{v = \omega \cdot R} \quad \boxed{v_0 = \omega_0 \cdot R} \quad \boxed{a = \alpha \cdot R}$$

Podemos acrescentar ainda:

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}}$$

Lembre-se também que se deve trabalhar sempre com os ângulos em radianos.

Exercícios de aprendizagem:

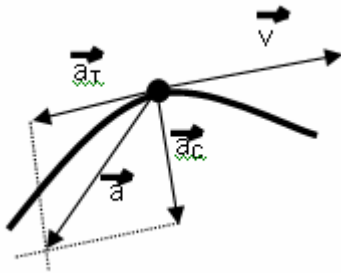
1) Um ventilador é ligado e atinge 300 rpm de frequência em 20s. Supondo um movimento uniformemente acelerado, determine a aceleração angular e o número de voltas efetuadas pelas pás do ventilador durante os 20s.

2) Um corpo parte do repouso em MCUV, com uma aceleração angular de 2 rad/s^2 . Sendo o raio da circunferência igual a 1m, determine no instante 2 segundos:

- a) a velocidade angular,
- b) a aceleração do corpo.

Exercícios de Fixação:

1) (FATEC) Na figura representa-se um corpo em movimento sobre uma trajetória curva, com os vetores velocidade \vec{v} e aceleração \vec{a} e suas componentes, tangencial \vec{a}_t e centrípeta \vec{a}_c .



Analisando a figura podemos concluir que:

- o módulo da velocidade está aumentando
- o módulo da velocidade está diminuindo
- o movimento é uniforme
- o movimento é necessariamente circular
- o movimento é retilíneo

2) Um ponto material, partindo do repouso, percorre uma circunferência de raio 50 cm em movimento uniformemente variado de aceleração linear de 2 m/s^2 . Determine:

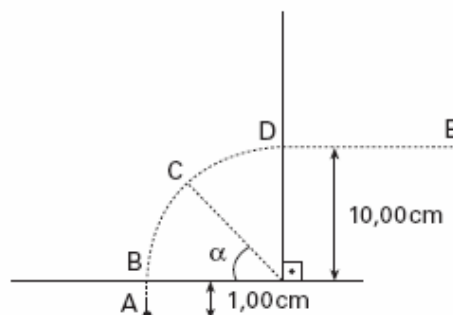
- a aceleração angular do movimento;
- a velocidade angular e a velocidade linear 10s após o ponto ter partido.

3) Um ponto descreve em MCUV na periferia de um disco de diâmetro 10 cm, partindo do repouso. Após 10 segundos, sua velocidade angular é 20 rad/s . Determine quantas voltas o ponto realizou nesse intervalo de tempo.

4) Um ponto material partindo do repouso, percorre uma circunferência de raio 10 metros em MCUV. Durante os 2 primeiros segundos o ponto descreve um ângulo de $(\pi/4) \text{ rad}$. Determine:

- a aceleração angular;
- a aceleração linear;
- a velocidade angular e a velocidade linear no instante $t = 4\text{s}$.

5) (Mack) Em uma certa experiência em laboratório, uma partícula de massa $6,70 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ é abandonada do repouso no ponto **A** da trajetória ilustrada abaixo. Após ser acelerada constantemente no trecho **AB**, à razão de $2,00 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2$, descreve a trajetória circular **BCD**, com velocidade escalar constante, e “sai” pelo ponto **D**. O módulo da aceleração centrípeta da partícula no ponto **C**:



- a) independe do ângulo α e vale $1,64 \cdot 10^{-17} \text{m/s}^2$.
- b) independe do ângulo α e vale $2,68 \cdot 10^{-16} \text{m/s}^2$.
- c) independe do ângulo α e vale $4,00 \cdot 10^{10} \text{m/s}^2$.
- d) independe do ângulo α e vale $2,00 \cdot 10^9 \text{m/s}^2$.
- e) depende do ângulo α .

6) (Mackenzie)



Olimpíadas de Inverno de Pyeongchang

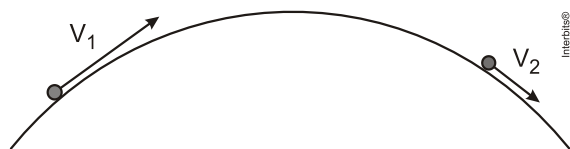


No mês de fevereiro do vigente ano, do dia 7 ao dia 25, na cidade de Pyeongchang na Coreia do Sul, o mundo acompanhou a disputa de 2.952 atletas, disputando 102 provas de 15 disciplinas esportivas na 23ª edição dos Jogos Olímpicos de Inverno.

Praticamente todas as provas ocorreram sob temperaturas negativas, dentre elas, a belíssima patinação artística no gelo, que envolve um par de atletas. A foto acima mostra o italiano Ondrej Hotarek que, em meio à coreografia da prova, crava a ponta de um de seus patins em um ponto e gira a colega Valentina Marchei, cuja ponta de um dos patins desenha no gelo uma circunferência de raio 2,0 metros. Supondo-se que a velocidade angular de Valentina seja constante e valha $6,2 \text{ rad/s}$ e considerando-se $\pi \cong 3,1$, pode-se afirmar corretamente que o módulo da velocidade vetorial média da ponta dos patins de Valentina, ao percorrer de um ponto a outro diametralmente oposto da circunferência, vale, em m/s ,

- a) 2,0
- b) 3,0
- c) 5,0
- d) 6,0
- e) 8,0

7) (Ufrgs) A figura a seguir apresenta, em dois instantes, as velocidades v_1 e v_2 de um automóvel que, em um plano horizontal, se desloca numa pista circular.



Com base nos dados da figura, e sabendo-se que os módulos dessas velocidades são tais que $v_1 > v_2$ é correto afirmar que:

- a) a componente centrípeta da aceleração é diferente de zero.
- b) a componente tangencial da aceleração apresenta a mesma direção e o mesmo sentido da velocidade.
- c) o movimento do automóvel é circular uniforme.
- d) o movimento do automóvel é uniformemente acelerado.
- e) os vetores velocidade e aceleração são perpendiculares entre si.

8) (Uesc) Considere um móvel que percorre a metade de uma pista circular de raio igual a 10,0m em 10,0s. Adotando-se $\sqrt{2}$ como sendo 1,4 e π igual a 3, é correto afirmar:

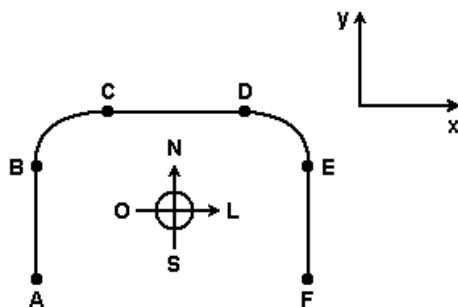
- a) O espaço percorrido pelo móvel é igual a 60,0m.
- b) O deslocamento vetorial do móvel tem módulo igual a 10,0m.
- c) A velocidade vetorial média do móvel tem módulo igual a 2,0m/s.
- d) O módulo da velocidade escalar média do móvel é igual a 1,5m/s.
- e) A velocidade vetorial média e a velocidade escalar média do móvel têm a mesma intensidade.

9) Toda vez que o vetor velocidade sofre alguma variação, significa que existe uma aceleração atuando. Existem a aceleração tangencial ou linear e a aceleração centrípeta.

Assinale a alternativa correta que caracteriza cada uma dessas duas acelerações:

- a) Aceleração tangencial é consequência da variação no módulo do vetor velocidade; aceleração centrípeta é consequência da variação na direção do vetor velocidade.
- b) Aceleração tangencial é consequência da variação na direção do vetor velocidade; aceleração centrípeta é consequência da variação no módulo do vetor velocidade.
- c) Aceleração tangencial só aparece no MRUV; aceleração centrípeta só aparece no MCU.
- d) Aceleração tangencial tem sempre a mesma direção e sentido do vetor velocidade; aceleração centrípeta é sempre perpendicular ao vetor velocidade.
- e) Aceleração centrípeta tem sempre a mesma direção e sentido do vetor velocidade; aceleração tangencial é sempre perpendicular ao vetor velocidade.

10) (Ita) A figura mostra uma pista de corrida A B C D E F, com seus trechos retilíneos e circulares percorridos por um atleta desde o ponto A, de onde parte do repouso, até a chegada em F, onde para. Os trechos BC, CD e DE são percorridos com a mesma velocidade de módulo constante.



Considere as seguintes afirmações:

I. O movimento do atleta é acelerado nos trechos AB, BC, DE e EF.

II. O sentido da aceleração vetorial média do movimento do atleta é o mesmo nos trechos AB e EF.

III. O sentido da aceleração vetorial média do movimento do atleta é para sudeste no trecho BC, e, para sudoeste, no DE.

Então, está(ão) correta(s)

- a) apenas a I.
- b) apenas a I e II.
- c) apenas a I e III.
- d) apenas a II e III.
- e) todas.

11) Quando um carro executa uma curva, com velocidade constante, ele está acelerado? Justifique.

Respostas:

Exercícios de aprendizagem:

- 1) $n = 50$ voltas 2) a) $w = 4$ rad/s b) $a \cong 16,1$ m/s²

Exercícios de Fixação:

- 1) b 2) a) 4 rad/s² b) 40 rad/s e 20 m/s 3) $n \cong 15,9$ voltas
 4) a) $(\pi/4)$ rad/s² b) $(5\pi/4)$ m/s² c) $w = (\pi/2)$ rad/s e $v = 5\pi$ m/s
 5) c 6) e 7) a 8) c 9) a 10) e 11) Sim. Apenas o M.R.U. não possui aceleração. No MCU teremos a aceleração centrípeta.