Cinemática

Assunto: Cinemática Vetorial

Aula 04 – Posição, velocidade e acelerações vetoriais

Para acompanhar esta aula em vídeo, vá na aba Aulas e clique em Cinemática Vetorial – aula 04

Cinemática Vetorial

Para identificar a posição de um objeto no céu, seja ele um planeta, uma estrela ou um avião, uma pessoa pode simplesmente aponta-lo. Ao fazer isso, ela estará apontando numa determinada direção e sentido. Além disso, o objeto encontra-se a uma determinada distância do observador. Todas essas características podem ser representadas por um vetor.

Na cinemática escalar, descrevemos com as grandezas escalares os movimentos dos corpos em um plano. Utilizando grandezas vetoriais, tais como deslocamento, a velocidade e a aceleração, podemos fazer o acompanhamento da movimentação tridimensional dos astros no céu e assim descrever seu movimento e prever posições futuras.

(fonte: As Faces da Física – Wilson Carron e Osvaldo Guimarães – Ed. Moderna)

Podemos observar em nosso cotidiano que a maioria dos movimentos acontecem no espaço tridimensional, em várias direções. Assim a posição de um ponto material, sua velocidade e a sua aceleração são de fato grandezas vetoriais.

Obs. A nível de ensino médio, iremos trabalhar a cinemática vetorial apenas no plano bidimensional. Portanto os exemplos tratados aqui ficarão limitados ao plano. Para uma análise no plano tridimensional (curso superior), basta trabalhar com vetores tridimensionais. As regras serão as mesmas adaptadas ao espaço tridimensional.

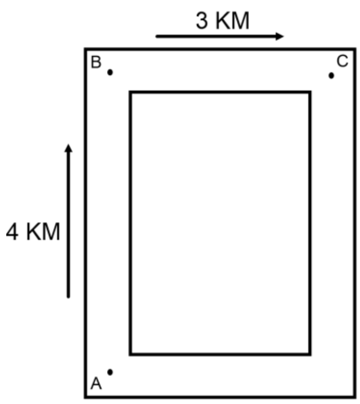


Figura 1

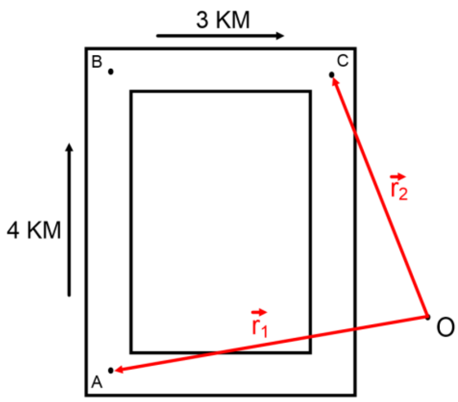


Figura 2

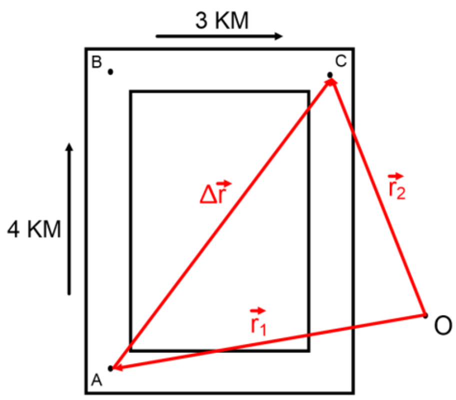
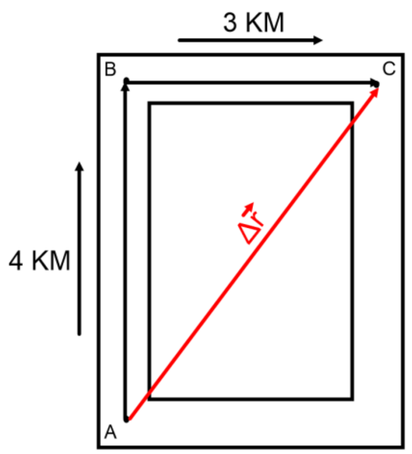


Figura 3

Vamos supor que um móvel se desloca de A para C (Figura 1) seguindo as trajetórias AB e depois BC. O deslocamento escalar será dado por $\Delta s = \Delta s_{AB} + \Delta s_{BC}$, ou seja, $\Delta s = 4km + 3km$ $\Delta s = 7km$.

Agora vamos fazer o mesmo estudo vetorial de como um observador "O" vê esse deslocamento a partir da posição vetorial inicial e a posição vetorial final (Figura 2). O deslocamento vetorial ou simplesmente deslocamento $\Delta\vec{r}$ será dado pela diferença entre o vetor posição final $\vec{r}_2$ e o vetor posição inicial $\vec{r}_1$. Essa diferença está representada na (Figura 3) pelo vetor $\Delta\vec{r}$. Observe que quando estudamos o deslocamento vetorial, consideramos a distância entre a posição inicial e a posição final em linha reta. A nível de ensino médio isso irá ajudar bastante, uma vez que na maioria dos problemas são dados deslocamentos fáceis de serem calculados por uma geometria simples. Caso contrário teríamos que conhecer também o ângulo entre os vetores $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_2}$.

Então repetindo o problema anterior, vamos supor que o autor peça o deslocamento vetorial ou simplesmente o deslocamento entre A e C. Como já sabemos que o deslocamento vetorial é a distância entre A e C em linha reta, então você poderá usar o raciocínio mostrado na (figura 4): O móvel vai de A para B em linha reta e depois de B para C também em linha reta. Fechando a figura de A para C, você terá a hipotenusa de um triângulo retângulo e aí poderá usar o Teorema de Pitágoras para calcular o valor do deslocamento vetorial.



$$|\Delta\vec{r}|^2 = AB^2 + BC^2$$

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$\boxed{|\Delta\vec{r}| = 5km}$$

Figura 4

Exercício de aprendizagem:

1) (ifsul) - Uma partícula de certa massa movimenta-se sobre um plano horizontal, realizando meia volta em uma circunferência de raio 5,00 m. Considerando π = 3,14, a distancia percorrida e o módulo do vetor deslocamento são, respectivamente, iguais a:
a) 15,70 m e 10,00 m
b) 31,40 m e 10,00 m
c) 15,70 m e 15,70 m
d) 10,00 m e 15,70 m

Solução na videoaula

Velocidade vetorial média:

Do mesmo jeito que na velocidade escalar média dividimos o deslocamento escalar pelo intervalo de tempo, na **velocidade vetorial média** ou simplesmente **velocidade média**, dividimos o módulo do vetor **deslocamento vetorial** pelo intervalo de tempo. Então vamos pegar a figura 4. Se for pedido a velocidade média, basta pegar o módulo do vetor deslocamento e dividir pelo intervalo de tempo que o movimento ocorreu.

$$\boxed{v_m = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}}$$

Velocidade vetorial instantânea:

Quando um móvel sofre um deslocamento de P_1 a P_2 em um intervalo de tempo, teremos um deslocamento vetorial representado na **figura 5** abaixo. Se diminuirmos esse intervalo de tempo, o deslocamento vetorial também será alterado e podemos considerar como na **figura 6**. Agora imagine um intervalo de tempo muito pequeno. Na **figura 7** represento o deslocamento vetorial neste caso. Observe que quando consideramos um intervalo de tempo muito pequeno, **tendendo a zero**, o deslocamento considerado também será bem pequeno. Se formos ligar esses dois pontos para representarmos o vetor deslocamento, teremos que a direção irá coincidir com a tangente à trajetória neste intervalo de tempo. Como a velocidade vetorial tem a mesma direção e sentido do vetor deslocamento, teremos que a **velocidade vetorial instantânea** será um vetor tangente à trajetória no instante considerado.

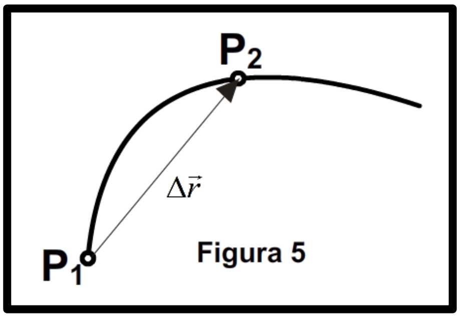


Figura 5

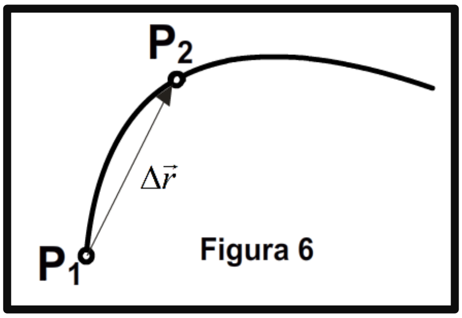


Figura 6

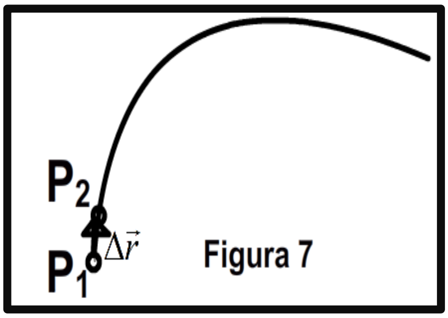


Figura 7

Para exemplificar, represento abaixo o módulo e o vetor velocidade instantânea de 4 pontos, na periferia de uma roda gigante, que gira no sentido horário **(figura 8)** e anti-horário **(figura 9).**

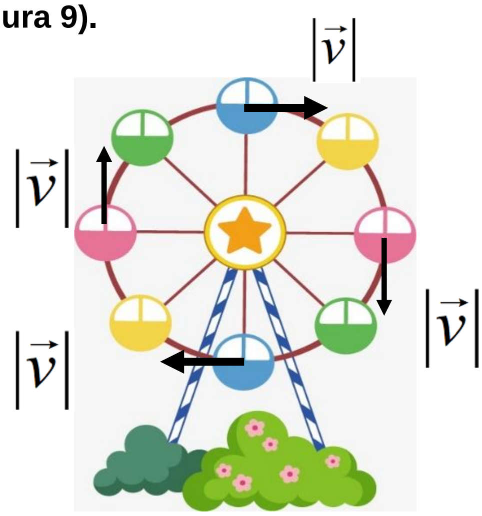


Figura 8

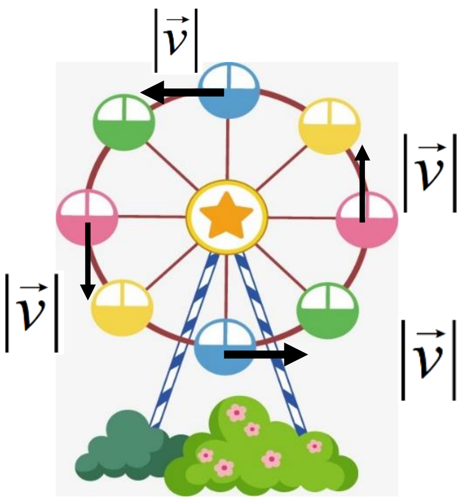
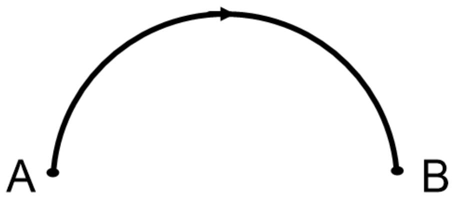


Figura 9

Exemplo: Um móvel vai do ponto A ao ponto B (180º) sobre uma semicircunferência de raio 4 metros em 2 segundos. Para facilitar os cálculos, adote π = 3. Determine a velocidade escalar média e a velocidade média.

Solução:



Para determinarmos a velocidade escalar média, precisaremos do deslocamento escalar, que é a metade do perímetro da circunferência.

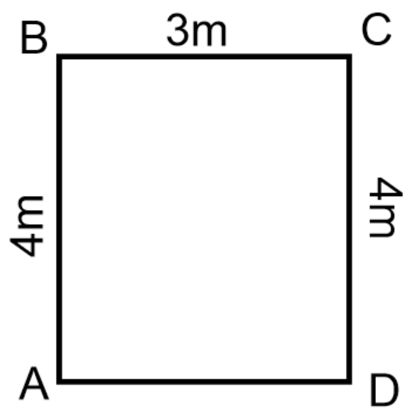
$$\Delta s = \frac{2\pi R}{2} = \pi R \longrightarrow v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{12m}{2s} \longrightarrow \boxed{v_m = 6\, m/s}$$

Agora, para determinar a velocidade média (ou velocidade vetorial média), vamos pegar o vetor deslocamento entre A e B, que será a distância entre A e B em linha reta e que terá um valor de duas vezes o raio.

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\Delta \vec{s}|}{\Delta t} = \frac{2 \cdot R}{\Delta t} = \frac{8\, m}{2\, s} \longrightarrow \boxed{|\vec{v}_m| = 4\, m/s}$$

Exercício de aprendizagem:

2) Um corpo desloca-se de A até B, depois de B a C, de C a D e retorna a C. Esse deslocamento total dura 5s. Determine:



a) a velocidade escalar média;

b) a velocidade média.

Solução na videoaula

Aceleração Vetorial Média:

Sabe-se que a aceleração média é a razão da variação da velocidade pelo intervalo de tempo. Do mesmo modo iremos usar uma definição análoga para a **aceleração vetorial**. A **aceleração vetorial média** é a **razão** entre a **variação da velocidade vetorial média** e o **intervalo de tempo** para que essa variação de velocidade vetorial ocorra.

$$\boxed{\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}}$$

Por exemplo, um móvel desloca-se do ponto P_1 ao ponto P_2 sobre uma trajetória curvilínea como representado na **Figura 10**. No ponto P_1 ele se encontra com uma velocidade $\mathbf{v_1}$ e no ponto P_2 com uma velocidade $\mathbf{v_2}$ **, Figura 11.** A variação da velocidade será dada pelo vetor $\mathbf{\Delta v}$ representado na **Figura 12**.Como a aceleração média é a razão do vetor variação da velocidade pelo intervalo de tempo, o vetor aceleração média terá a mesma direção e sentido do vetor variação da velocidade, representado na **Figura 13.**

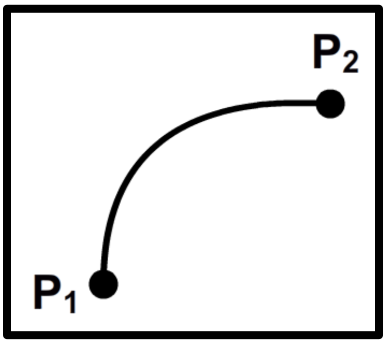


Figura 10

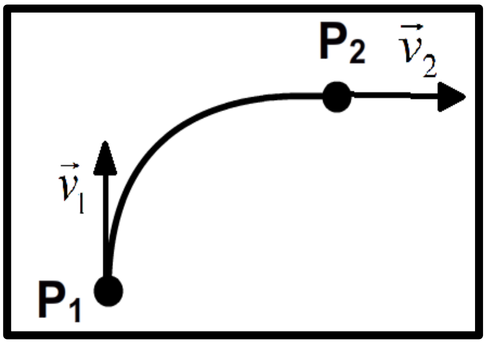


Figura 11

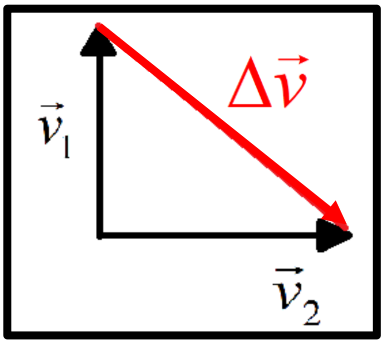


Figura 12

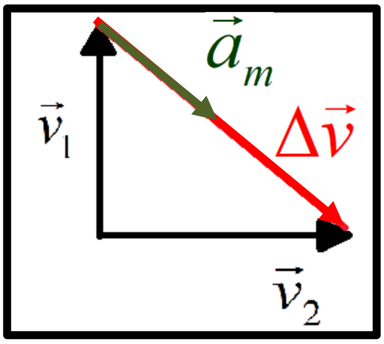


Figura 13

Vetor aceleração instantânea:

A aceleração vetorial instantânea **"a"** pode ser entendida como se fosse uma aceleração vetorial média, quando o intervalo de tempo Δt é extremamente pequeno. Sempre que houver variação do vetor velocidade **v,** haverá aceleração vetorial. Agora, temos que ficar atentos pois a velocidade vetorial, em alguns casos, pode variar somente em módulo (teremos somente aceleração tangencial $\mathbf{a_t}$), ou somente na direção (teremos somente aceleração centrípeta $\mathbf{a}_{cp}$). Pode também variar em módulo e direção ao mesmo tempo (teremos tanto aceleração tangencial

at como a centrípeta ***acp***). Neste último caso, a resultante das duas acelerações será a aceleração do corpo que chamaremos de aceleração resultante ou simplesmente aceleração **a**.

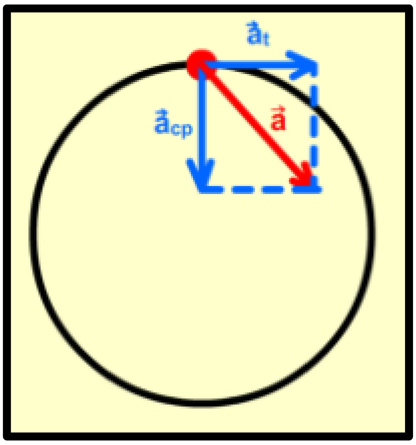
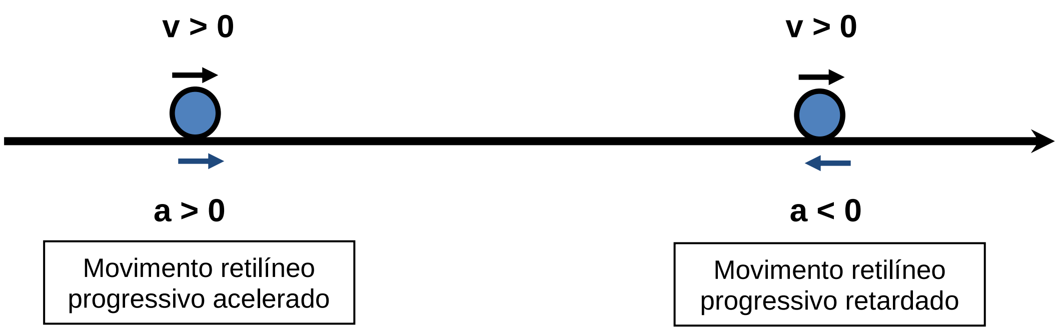


Figura 14

Obs. Deve ficar claro que a **aceleração centrípeta** é "responsável" pela mudança da direção do vetor velocidade. Se não houver **aceleração centrípeta,** e o móvel estiver em movimento, esse movimento será retilíneo (em linha reta).

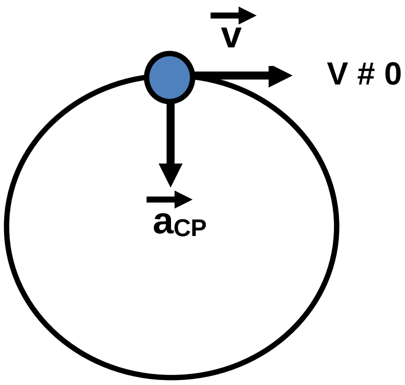
Exemplos:

1º caso: a velocidade variando apenas em módulo:



2º caso: a velocidade variando apenas em direção:

Para exemplificar vamos considerar o móvel em uma trajetória circular.



Neste caso, teremos um movimento circular e uniforme. Como não existe aceleração tangencial, o valor do módulo do vetor velocidade não varia. Mas existe a aceleração centrípeta que será responsável pela mudança na direção do vetor velocidade do corpo.

Vetor aceleração centrípeta:

A aceleração centrípeta será a responsável pela mudança da direção do vetor velocidade. Para mostrar o seu valor, vamos supor um corpo deslocando-se com um movimento uniforme, em uma trajetória circular de raio R, do ponto A até o ponto B **(Figura 15)**.

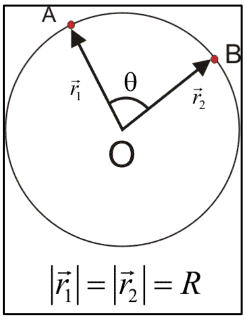


Figura 15

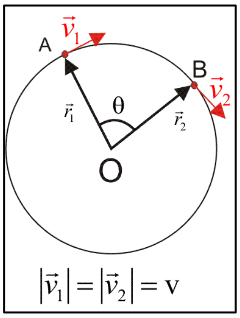


Figura 16

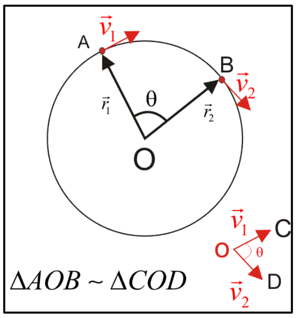


Figura 17

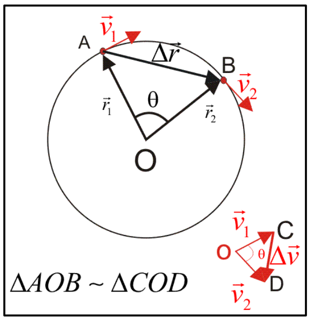


Figura 18

Estou representando também nesta **figura 15**, os vetores posição do ponto A ($\vec{r}_1$) e do ponto B ($\vec{r}_2$) em relação ao ponto O que é o centro da circunferência. Como o corpo está deslocando-se com uma velocidade de módulo constante, na **Figura 16** represento os vetores velocidade nos pontos A e B, que são tangentes a trajetória nos pontos considerados e então, perpendiculares aos vetores $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$.

Na **Figura 17** desloquei os vetores velocidades apenas para ficar mais claro. Como eles são perpendiculares aos vetores $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$, então o ângulo entre eles ($\vec{v}_1$ *e* $\vec{v}_2$) também é o mesmo θ. Sendo assim, posso agora considerar 2 triângulos semelhantes, AOB e COD, onde os lados opostos ao ângulo nos 2 triângulos são respectivamente os vetores diferença de $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ = ($\Delta\vec{r}$) e de $\vec{v}_1$ *e* $\vec{v}_2$ = ($\Delta\vec{v}$), **Figura 18**. Sendo assim:

$$\Delta AOB \sim \Delta COD \rightarrow \frac{\Delta\vec{v}}{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{R} \quad \rightarrow \quad \Delta\vec{v} = v \cdot \frac{\Delta\vec{r}}{R} \quad \text{lembre-se que } |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| = R$$

Se dividirmos ambos os membros por Δt, teremos:

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

No primeiro membro da igualdade temos a razão entre a variação do vetor velocidade e o intervalo de tempo que é a aceleração. E no segundo membro temos a razão entre a variação do vetor posição e o intervalo de tempo, que será o vetor velocidade. Considerando tudo para um intervalo de tempo pequeno, podemos considerar o módulo de $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ igual a velocidade escalar instantânea e o módulo de $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ a aceleração instantânea, que será a aceleração centrípeta, voltada para o centro da circunferência.

Então: $a = \frac{v}{R} \cdot v$

Aí chegamos na equação que nos dá a aceleração centrípeta de um corpo em movimento curvilíneo.

$$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R}}$$

Exercício de aprendizagem:

3) Um ponto material percorre 1/4 de uma circunferência de raio 2 metros, com velocidade escalar constante, em 2 segundos. Adote π = 3 de determine:

a) a velocidade escalar;
b) a velocidade média;
c) a aceleração centrípeta em um certo instante;
d) o módulo da aceleração média nos 2 segundos.

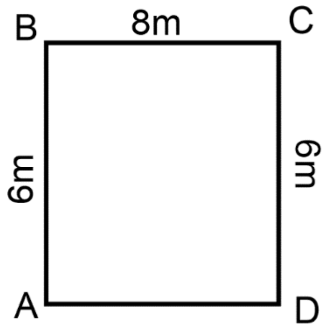
Exercícios de Fixação:

1) Um ponto material percorre ¼ de circunferência, de raio 3 metros, em 2s. Determine:

a) a velocidade escalar média;

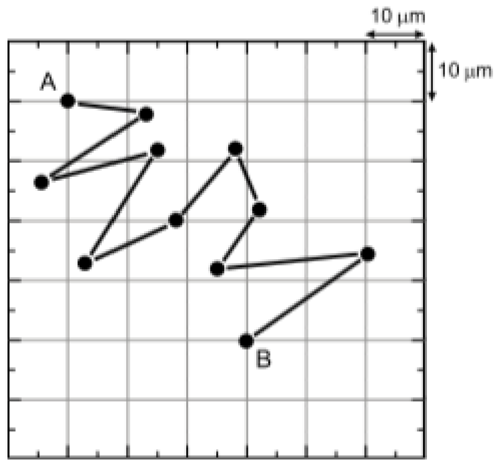
b) a velocidade média.

2) Um corpo desloca-se de A até B, depois de B a C, de C a D e retorna a C. Esse deslocamento total dura 10s. Determine:



a) O deslocamento escalar;
b) o deslocamento;
c) o espaço total percorrido;
d) a velocidade escalar média;
e) a velocidade média.

3) (Unicamp) Movimento browniano é o deslocamento aleatório de partículas microscópicas suspensas em um fluido, devido às colisões com moléculas do fluido em agitação térmica. A figura abaixo mostra a trajetória de uma partícula em movimento browniano em um líquido após várias colisões. Sabendo-se que os pontos negros correspondem a posições da partícula a cada 30s, qual é o módulo da velocidade média desta partícula entre as posições A e B?



4) (Uece) Considere uma pedra em queda livre e uma criança em um carrossel que gira com velocidade angular constante. Sobre o movimento da pedra e da criança, é correto afirmar que:

a) a aceleração da pedra varia e a criança gira com aceleração nula.
b) a pedra cai com aceleração nula e a criança gira com aceleração constante.
c) ambas sofrem acelerações de módulos constantes.
d) a aceleração em ambas é zero.

5) Um corpo gira em movimento circular uniforme com velocidade escalar constante de 5 m/s. Sendo de 10 metros o raio da circunferência, determine a aceleração que o corpo sofre.

Respostas:

Exercícios de aprendizagem:

1) a 2) a) v_m = 7/5 m/s = 1,4 m/s b) $\left|\vec{v}_m\right| = 1\ m/s$

3) a) v = 1,5 m/s b) $\sqrt{2}$ **m/s c) a_{CP} = 1,125 m/s² d)** $\left|\vec{a}_m\right| \cong 1,06$ **m/s²**

Exercícios de Fixação:

1) **a) $3\pi/4$ m/s ou 2,35 m/s b) (√18)/2 m/s ou 2,1 m/s**
2) **a) 14 m b) 10 m c) 26 m d) 1,4 m/s e) 1 m/s**
3) **1,67 x 10^{-7} m/s (lembre-se que 1 μm = 10^{-6} m)**
4) **C**
5) **a_{CP} = 2,5 m/s²**