

### Cinemática Vetorial

**Deslocamento Vetorial:** Consideremos uma partícula em movimento num plano, que descreve uma das trajetórias, 1, 2 ou 3.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Tomando como referência o ponto O, o vetor  $\vec{r}_1$  dá a posição inicial da partícula e o vetor  $\vec{r}_2$  a posição final. A variação de posição corresponde ao deslocamento da partícula que ocorre num certo intervalo de tempo e é dado pelo vetor  $\Delta \vec{r}$ .

Note que o deslocamento vetorial  $\Delta \vec{r}$  independe da trajetória.

jul 9-15:46

### Cinemática Vetorial

**Deslocamento Vetorial:** Consideremos uma partícula em movimento num plano, que descreve uma das trajetórias, 1, 2 ou 3.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Agora vamos tomar um outro ponto O' como referência.

Comparando o  $\Delta \vec{r}$  no primeiro deslocamento com  $\Delta \vec{r}$  podemos observar que se trata de dois vetores iguais (têm mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido). Podemos concluir que a mudança do ponto de referência não altera o deslocamento vetorial. O ponto de referência é arbitrário.

jul 9-15:46

### Exercício de aprendizagem:

(físul) - Uma partícula de certa massa movimenta-se sobre um plano horizontal, realizando meia volta em uma circunferência de raio 5,00 m. Considerando  $\pi = 3,14$  a distância percorrida e o módulo do vetor deslocamento são, respectivamente, iguais a:

a) 15,70 m e 10,00 m  
 b) 31,40 m e 10,00 m  
 c) 15,70 m e 15,70 m  
 d) 10,00 m e 15,70 m

jun 26-09:46

### Velocidade vetorial

**Definição:** Para um ponto material que descreve uma trajetória qualquer (retilínea ou curvilínea), a velocidade vetorial média é definida pela razão entre o vetor deslocamento e o respectivo intervalo de tempo.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$\Delta t$  é uma grandeza escalar e sempre positiva. A relação  $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$  pode ser escrita:

$$\vec{v}_m = \frac{1}{\Delta t} \cdot \Delta \vec{r}$$

$\vec{v}_m$  é o produto de um escalar positivo por um vetor. Logo  $\vec{v}_m$  é um vetor que tem a mesma direção e o mesmo sentido do vetor  $\Delta \vec{r}$ .

jul 9-15:46

### Velocidade vetorial

**Definição:** Para curvilínea ou deslocamento  $\Delta t$  escrita

**Velocidade média:** Mesma direção e sentido do vetor deslocamento.

$\vec{v}_m$  é o produto de um escalar positivo por um vetor. Logo  $\vec{v}_m$  é um vetor que tem a mesma direção e o mesmo sentido do vetor  $\Delta \vec{r}$ .

jul 9-15:46

Na figura, podemos observar que, quando a partícula vai de P<sub>1</sub> a P<sub>2</sub>, ela sofre além do deslocamento vetorial, o deslocamento escalar  $\Delta s = s_2 - s_1$ .

Comparando o módulo de  $\Delta s$  com o de  $\Delta \vec{r}$  temos:

$$|\Delta s| \geq |\Delta \vec{r}|$$

$|\Delta s| = |\Delta \vec{r}| \Rightarrow$  trajetória retilínea  
 $|\Delta s| > |\Delta \vec{r}| \Rightarrow$  trajetória curvilínea

Observe o que acontece, se dividirmos ambos os membros da expressão  $|\Delta s| \geq |\Delta \vec{r}|$  por  $\Delta t$ :

$$\frac{|\Delta s|}{\Delta t} \geq \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

$$|v_m| \geq |\vec{v}_m| \text{ obs. } \square$$

jul 9-15:46

**I. Em Física, só tem sentido falar em velocidade como vetor.**

**II. A velocidade média assim como o deslocamento é um vetor, por isso costuma-se chamá-la de velocidade vetorial média. A denominação vetorial é desnecessária.**

**III. A velocidade escalar média  $v_m$ , definida a partir do espaço percorrido, não é um vetor e não permite representação gráfica.**

$|\Delta s| \geq |\Delta \vec{r}|$  por  $\Delta t$ :  $\frac{|\Delta s|}{\Delta t} \geq \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$   
 $|v_m| \geq |\vec{v}_m|$  obs.

jul 9-15:46

**Velocidade Vetorial Instantânea**

Como já foi visto até agora, o vetor velocidade média tem a mesma direção e sentido do vetor deslocamento. Para você entender melhor a velocidade vetorial instantânea vamos inserir na figura uma reta suporte para mostrar melhor a direção do vetor deslocamento e da velocidade vetorial média.

jul 9-15:46

**Velocidade Vetorial Instantânea**

jul 9-15:47

**Velocidade Vetorial Instantânea**

jul 9-15:47

**Velocidade Vetorial Instantânea**

Observe na figura que quando  $P_2$  está mais próximo de  $P_1$ , a direção da reta suporte do vetor  $\vec{v}_m$  aproxima-se da direção da reta tangente à trajetória no ponto  $P_1$ , e o intervalo de tempo diminui, aproximando-se de zero. Isso nos leva a concluir que a velocidade vetorial instantânea é tangente à trajetória.

jul 9-15:47

**Velocidade Vetorial Instantânea**

Abaixo vemos a velocidade vetorial instantânea representada por um vetor sempre tangente à trajetória.

jul 9-16:02

2) Um corpo desloca-se de A até B, depois de B a C, de C a D e retorna a A. Esse deslocamento total dura 5s. Determine:

a) a velocidade escalar média;  
b) a velocidade média.

a)  $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$   
 $v_m = \frac{5m - 5m}{5s}$   
 $v_m = \frac{7-0}{5}$   
 $v_m = \frac{7 \text{ m}}{5}$   
 $v_m = 1,4 \text{ m/s}$

b)  $|\vec{v}_m| = \frac{|\Delta \vec{s}|}{\Delta t}$   
 $|\Delta \vec{s}| = \sqrt{3^2 + 4^2}$   
 $|\Delta \vec{s}| = \sqrt{9+16}$   
 $|\Delta \vec{s}| = \sqrt{25}$   
 $|\Delta \vec{s}| = 5 \text{ m}$   
 $|\vec{v}_m| = \frac{5 \text{ m}}{5 \text{ s}}$   
 $|\vec{v}_m| = 1 \text{ m/s}$

jun 26-09:54

### Aceleração Vetorial

Aceleração vetorial média: Considere agora uma partícula que, percorrendo uma trajetória como a esquematizada na figura abaixo, passa pela posição  $P_1$  no instante  $t_1$  com velocidade vetorial  $\vec{v}_1$ , e pela posição  $P_2$  no instante  $t_2$  com velocidade vetorial  $\vec{v}_2$ .

De  $P_1$  para  $P_2$ , a partícula experimenta uma variação de velocidade vetorial  $\Delta \vec{v}$ , dada por:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

A aceleração vetorial média da partícula no intervalo de  $t_1$  a  $t_2$  é definida por:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{a}_m = \frac{1}{\Delta t} \cdot \Delta \vec{v}$$

A direção e o sentido do vetor aceleração média serão determinados pelo vetor  $\Delta \vec{v}$ .

jul 9-16:05

O vetor aceleração média tem a mesma direção e sentido do vetor  $\Delta \vec{v}$ .

jul 9-16:05

### Vetor aceleração instantânea

A aceleração vetorial instantânea  $\vec{a}$  pode ser entendida como sendo uma aceleração vetorial média, quando o intervalo de tempo  $\Delta t$  é extremamente pequeno.

Sempre que houver variação da velocidade vetorial  $\vec{v}$ , haverá aceleração vetorial.

A velocidade vetorial  $\vec{v}$  pode variar em módulo e em direção.

Módulo ↑  
Direção →  
Módulo e direção →

jul 9-16:05

### Vetor aceleração instantânea

A aceleração vetorial instantânea  $\vec{a}$  pode ser entendida como sendo uma aceleração vetorial média, quando o intervalo de tempo  $\Delta t$  é extremamente pequeno.

Sempre que houver variação da velocidade vetorial  $\vec{v}$ , haverá aceleração vetorial.

A velocidade vetorial  $\vec{v}$  pode variar em módulo e em direção.

Módulo ↑  
Direção →  
Módulo e direção →

jul 9-16:05

### Vetor aceleração instantânea

A aceleração vetorial instantânea  $\vec{a}$  pode ser entendida como sendo uma aceleração vetorial média, quando o intervalo de tempo  $\Delta t$  é extremamente pequeno.

Sempre que houver variação da velocidade vetorial  $\vec{v}$ , haverá aceleração vetorial.

A velocidade vetorial  $\vec{v}$  pode variar em módulo e em direção.

Módulo ↑  
Direção →  
Módulo e direção →

jul 9-16:05

### Vetor aceleração instantânea

A aceleração vetorial instantânea  $\vec{a}$  pode ser entendida como sendo uma aceleração vetorial média, quando o intervalo de tempo  $\Delta t$  é extremamente pequeno.

Sempre que houver variação da velocidade vetorial  $\vec{v}$ , haverá aceleração vetorial.

A velocidade vetorial  $\vec{v}$  pode variar em módulo e em direção. Por esse motivo a aceleração vetorial  $\vec{a}$  é decomposta em duas acelerações componentes: aceleração tangencial ( $\vec{a}_t$ ), que está relacionada com a variação do módulo de  $\vec{v}$ , e a aceleração centrípeta ( $\vec{a}_{cp}$ ), que está relacionada com a variação da direção de  $\vec{v}$ .

jul 9-16:11

A partícula passou pelo ponto A com uma velocidade  $\vec{v}_0$  e pelo ponto B com uma velocidade  $\vec{v}$ . Para isso ela gastou um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Em um intervalo de tempo praticamente nulo, o quociente  $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$  é a aceleração vetorial instantânea. A direção e o sentido do vetor aceleração instantânea são determinados pelo vetor  $\Delta \vec{v}$ . (ver animação)

Observando a animação acima, e considerando-se que a partícula desloca na direção da tangente, teremos: um movimento retilíneo acelerado, se  $\vec{a}$  tiver mesma direção e sentido do vetor  $\vec{v}_0$ ; um movimento retardado, se  $\vec{a}$  tiver mesma direção e sentido contrário do vetor  $\vec{v}_0$ .

No caso de a partícula descrever uma trajetória curvilínea, a aceleração vetorial instantânea é representada por um vetor que pode formar um ângulo  $\theta$ , com  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  com vetor velocidade instantânea  $\vec{v}$ .

jul 9-16:11

$\vec{a}_t = \frac{|\vec{v}| - |\vec{v}_0|}{\Delta t}$

$\vec{a}_t \neq 0 \rightarrow$  implica variação do módulo da velocidade.

$\theta$ , com  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  com vetor velocidade instantânea  $\vec{v}$ .

jul 9-16:11

Vamos agora estudar cada caso abaixo. Passe o mouse sobre eles.

Movimento retilíneo uniformemente variado, se  $\vec{a}_t$  for constante.

Movimento retilíneo variado se  $\vec{a}_t$  não for constante

$\vec{a}_t \neq 0$	$\vec{a}_t = 0$	$\vec{a}_t \neq 0$
$\vec{a}_c = 0$	$\vec{a}_c \neq 0$	$\vec{a}_c \neq 0$

jul 9-16:14

Vamos agora estudar cada caso abaixo. Passe o mouse sobre eles.

Se  $\vec{a}_t$  for constante teremos movimento circular e uniforme.

Se  $\vec{a}_t$  não for constante teremos um movimento curvilíneo variado.

$\vec{a}_t \neq 0$	$\vec{a}_t = 0$	$\vec{a}_t \neq 0$
$\vec{a}_c = 0$	$\vec{a}_c \neq 0$	$\vec{a}_c \neq 0$

jul 9-16:14

Vamos agora estudar cada caso abaixo. Passe o mouse sobre eles.

$\vec{a}_t \neq 0$	$\vec{a}_t = 0$	$\vec{a}_t \neq 0$
$\vec{a}_c = 0$	$\vec{a}_c \neq 0$	$\vec{a}_c \neq 0$

jul 9-16:14

**Em um movimento circular e uniforme teremos apenas aceleração centrípeta.**

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$\Delta AOB \sim \Delta COD \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{R}$$

$$\Delta v = \frac{v}{R} \cdot \Delta r$$

Dividindo ambos os membros por  $\Delta t$ , vem:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$a_c = \frac{v}{R} \cdot v$$

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

jul 5-11:07

3) Um ponto material percorre 1/4 de uma circunferência de raio 2 metros, com velocidade escalar constante, em 2 segundos. Adote  $\pi = 3$  de determine:

a) a velocidade escalar;  
 b) a velocidade média;  
 c) a aceleração centrípeta em um certo instante;  
 d) o módulo da aceleração média nos 2 segundos.

a)  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$   
 $v = \frac{3 \cdot 2}{4}$   
 $v = \frac{6}{4}$   
 $v = 1,5 \text{ m/s}$

b)  $|\vec{v}_m| = \frac{|\Delta \vec{s}|}{\Delta t}$   
 $|\vec{v}_m| = \frac{2\sqrt{2}}{2}$   
 $|\vec{v}_m| = \sqrt{2} \text{ m/s}$

c)  $a_p = \frac{v^2}{R}$   
 $a_p = \frac{1,5^2}{2}$   
 $a_p = \frac{2,25}{2}$   
 $a_p = 1,125 \text{ m/s}^2$

d)  $|\vec{a}_m| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$   
 $|\vec{a}_m| = \frac{3}{2}$   
 $|\vec{a}_m| = 1,5 \text{ m/s}^2$

jun 26-10:03