

Dinâmica

Assunto: Movimentos Curvilíneos

Aula 06 – Pêndulo Cônico

Para acompanhar esta aula em vídeo, vá na aba Aulas e clique em Dinâmica – [aula 06](#)

Normalmente o conteúdo de Pêndulo Cônico é estudado em MHS (movimento harmônico simples) que é dado normalmente no 2º ensino médio. Darei aqui o básico de como trabalhar com Pêndulo Cônico, para caso seu professor do 1º ensino médio exija este conteúdo. Caso você queira se aprofundar no assunto, depois de acompanhar esta aula, vá para a [aula 04 de movimento harmônico simples](#), e acompanhe o vídeo dela, a partir de 25 minutos e 34 segundos.

Pêndulo simples e Pêndulo Cônico:

Um **pêndulo simples** é um dispositivo constituído de uma partícula de massa m , suspensa por um fio ideal de comprimento L (**Figura 1**) que oscila, com um pequeno ângulo de abertura, em torno de um ponto de equilíbrio O em um plano (**Figura 2**). Se colocarmos esse pêndulo para oscilar em movimento circular e uniforme num plano horizontal (**Figura 3**), ele será chamado de **Pêndulo Cônico**.

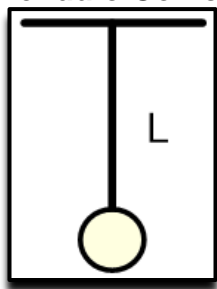


Figura 1

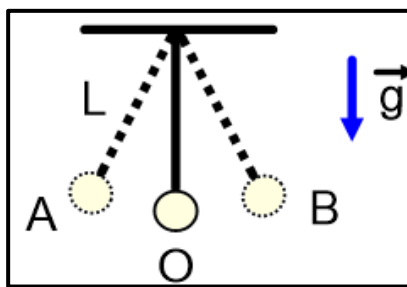


Figura 2

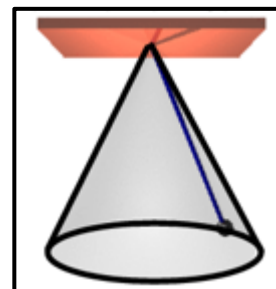


Figura 3

Um estudo de pêndulo simples será realizado na aula 04 de Ondulatória do 2º ano ensino médio. [\(aula 04\)](#).

Aproveitando a Figura 3, vamos estudar no momento em que o corpo passa pela posição A (**Figura 4**), as forças que agem nesse corpo no plano vertical e bidimensional (**Figura 5**).

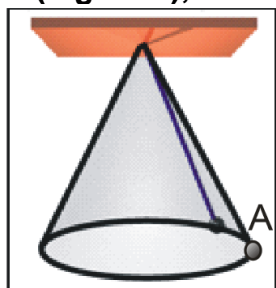


Figura 4

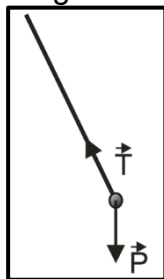


Figura 5

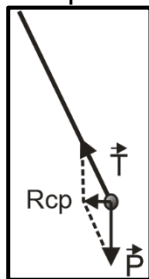


Figura 6

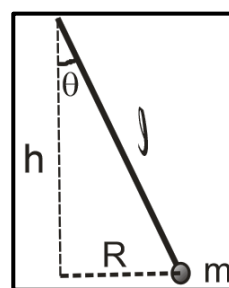


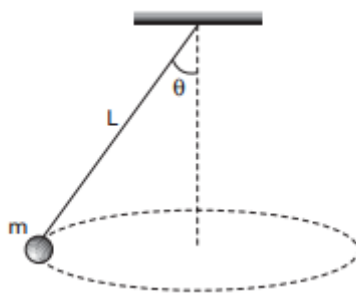
Figura 7

Neste ponto (A), apenas as forças **peso** e **tração da corda** agem no corpo **Figura 5**. A resultante destas duas forças será para o centro da trajetória circular e que nos fornecerá a resultante centrípeta do corpo no movimento circular (**Figura 6**). Agora muitas vezes, em vez de

forças, é dado o ângulo que a corda faz com a vertical, comprimento da corda, massa do corpo e até mesmo o raio da trajetória (**Figura 7**). Então para se chegar a um resultado esperado, dependendo do que é pedido no problema, você terá que fazer uma relação entre as duas figuras 6 e 7, uma envolvendo forças e a outra envolvendo os comprimentos, através de semelhança de triângulos.

Para ficar mais claro, irei desenvolver algumas relações para você entender melhor como trabalhar.

Exemplo: É dado um pêndulo cônico, situado em um local onde a gravidade vale g , segundo a **figura** abaixo. Faça algumas relações entre as grandezas dadas.



figura

Para ficar simples irei representar 2 triângulos retângulos. Na figura A com as grandezas de comprimento e na figura B com as forças.

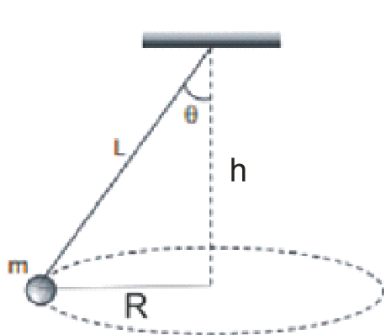


figura A

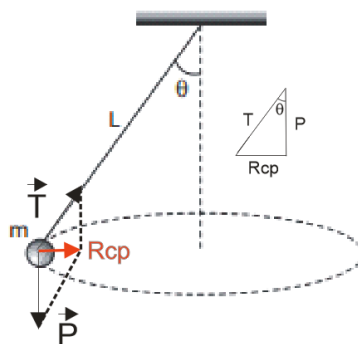


figura B

Vamos supor que eu queira chegar em uma fórmula que me dê a velocidade do corpo. Sendo assim, usarei o cateto oposto da **figura B**, uma vez que a R_{cp} é $(m \times v^2/R)$:

Na **figura B** temos: Na **figura A** temos:

$$T \cdot \text{sen } \theta = R_{cp}$$

$$L \cdot \text{sen } \theta = R$$

$$\text{sen } \theta = \frac{R_{cp}}{T}$$

$$\text{sen } \theta = \frac{R}{L}$$

Sendo assim, comparando as duas teremos:

$$\frac{R_{cp}}{T} = \frac{R}{L} \rightarrow \frac{m \cdot v^2 / R}{T} = \frac{R}{L} \rightarrow v^2 = \frac{T \cdot R^2}{m \cdot L} \rightarrow \boxed{v = R \cdot \sqrt{\frac{T}{m \cdot L}}}$$

Veja que nessa equação chegamos em uma relação da velocidade em função da tração da corda. O importante não é decorar a fórmula e sim saber desenvolver o problema a partir dos dados que você tem em mãos. Vamos supor ainda que não tivéssemos o valor da massa do corpo e da tração na corda, mas sim o valor da gravidade e do ângulo. Aí a partir da equação anterior você poderia fazer:

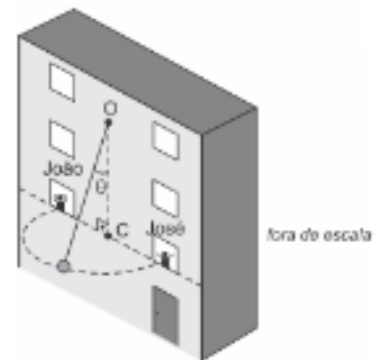
$$v = R \cdot \sqrt{\frac{T}{m \cdot L}} \rightarrow T \cdot \cos \theta = P \rightarrow v = R \cdot \sqrt{\frac{P / \cos \theta}{m \cdot L}} \rightarrow v = R \cdot \sqrt{\frac{m \cdot g}{m \cdot L \cdot \cos \theta}}$$

$$v = R \cdot \sqrt{\frac{g}{L \cdot \cos \theta}} \rightarrow \boxed{v = R \cdot \sqrt{\frac{g}{h}}}$$

Reforçando o que eu disse no início da aula, se quiser aprofundar no assunto, assista a aula 04 de movimento harmônico simples (mhs), matéria do 2º ensino médio, a partir de 25 minutos e 34 segundos. Lá eu trabalho com Pêndulo Simples e Pêndulo cônico.

Exercício de aprendizagem:

1) (Unesp) Em um edifício em construção, João lança para José um objeto amarrado a uma corda inextensível e de massa desprezível, presa no ponto da parede. O objeto é lançado perpendicularmente à parede e percorre, suspenso no ar, um arco de circunferência de diâmetro igual a 15 m, contido em um plano horizontal e em movimento uniforme, conforme a figura. O ponto **O** está sobre a mesma reta vertical que passa pelo ponto **C** ponto médio do segmento que une João a José. O ângulo θ formado entre a corda e o segmento de reta **OC** é constante.



Considerando $\sin \theta = 0,6$ e $\cos \theta = 0,8$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando a resistência do ar, a velocidade angular do objeto, em seu movimento de João a José, é igual a:

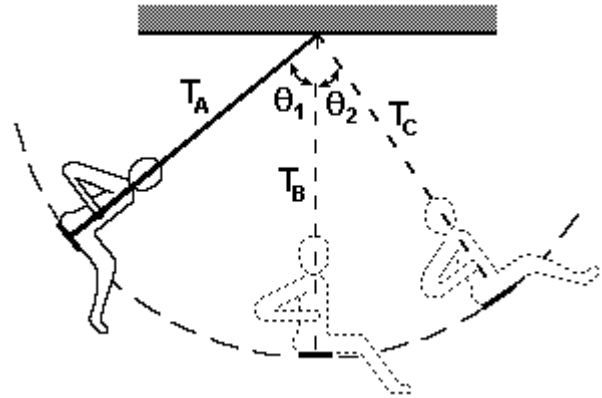
- a) 1,0 rad/s
- b) 1,5 rad/s
- c) 2,5 rad/s
- d) 2,0 rad/s
- e) 3,0 rad/s

Exercícios de Fixação:

1) (Ufv) A figura a seguir ilustra uma menina em um balanço.

Sendo T_A , T_B e T_C as tensões na corda do balanço nas posições indicadas e θ_1 maior que θ_2 , a afirmativa CORRETA é:

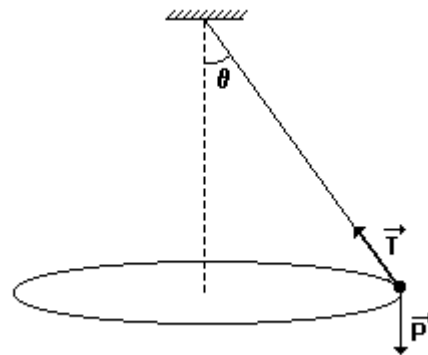
- a) $T_A > T_B > T_C$
- b) $T_C > T_B > T_A$
- c) $T_B > T_C > T_A$
- d) $T_A > T_C > T_B$
- e) $T_A = T_B = T_C$



2) (Ufal) Um fio, de comprimento L , prende um corpo, de peso P e dimensões desprezíveis, ao teto. Deslocado lateralmente, o corpo recebe um impulso horizontal e passa a descrever um movimento circular uniforme num plano horizontal, de acordo com a figura a seguir.

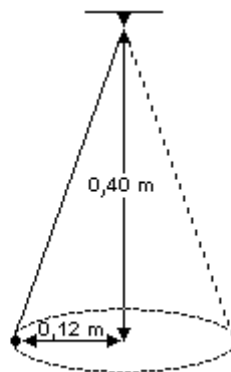
A força resultante centrípeta sobre o corpo tem intensidade

- a) T
- b) P
- c) $T - P$
- d) $T \cos \theta$
- e) $T \sin \theta$



3) (Ufscar) A figura a seguir representa um pêndulo cônico, composto por uma pequena esfera de massa $0,10\text{kg}$ que gira presa por um fio muito leve e inextensível, descrevendo círculos de $0,12\text{m}$ de raio num plano horizontal, localizado a $0,40\text{m}$ do ponto de suspensão.

(Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.)



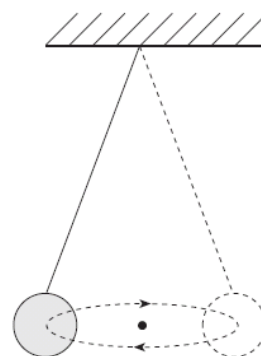
a) Represente graficamente, as forças que atuam sobre a esfera, nomeando-as. Determine o módulo da resultante dessas forças.

b) Determine o módulo da velocidade linear da esfera e a frequência do movimento circular por ela descrito.

4) A figura ao lado representa um pêndulo cônico ideal que consiste em uma pequena esfera suspensa a um ponto fixo por meio de um cordão de massa desprezível.

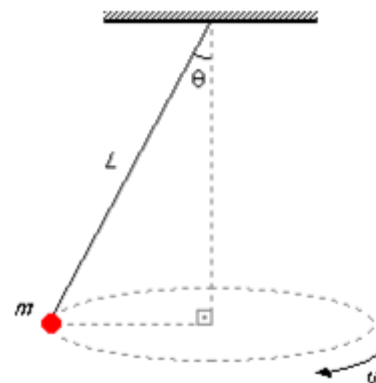
Para um observador inercial, o período de rotação da esfera, em sua órbita circular, é constante. Para o mesmo observador, a resultante das forças exercidas sobre a esfera aponta:

- verticalmente para cima.
- verticalmente para baixo.
- tangencialmente no sentido do movimento.
- para o ponto fixo.
- para o centro da órbita.



5) Um corpo de massa m está preso a um fio inextensível, de peso desprezível e gira num plano horizontal constituindo um pêndulo cônico. Sendo L o comprimento do fio, θ o ângulo que o fio forma com a vertical e g a aceleração local da gravidade, determine:

- A tensão T no fio;
- A velocidade angular ω de rotação;
- O período τ das oscilações.



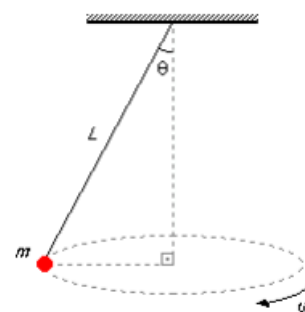
6) Uma pedra de 300g de massa, amarrada a um fio inextensível de 2,5 m de comprimento, constitui um pêndulo cônico. Ela descreve uma circunferência horizontal de 2,0 m de raio. Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a intensidade da tração no fio em newtons;
- a velocidade angular de rotação em rad/s.

7) (FEI – SP) Uma esfera gira com velocidade de 1,0 m/s, descrevendo uma trajetória circular de 10 cm de raio. Estando a esfera suspensa por meio de um fio, qual é o ângulo que este forma com a vertical? (Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

8) Um pêndulo cônico é formado por um fio de massa desprezível e comprimento $L = 1,25\text{m}$, que suporta uma massa $m = 0,5\text{kg}$ na sua extremidade inferior. A extremidade superior do fio é presa ao teto, conforme ilustra a figura abaixo. Quando o pêndulo oscila, a massa m executa um movimento circular uniforme num plano horizontal, e o ângulo que o fio forma com a vertical é $\theta = 60^\circ$.

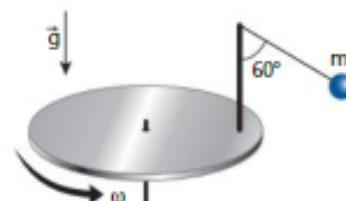
- Qual é a tensão no fio?
- Qual é a velocidade angular da massa?



9) (Mackenzie-SP) – Na figura, o fio ideal prende uma partícula de massa m a uma haste vertical presa a um disco horizontal que gira com velocidade angular ω constante. A distância do eixo de rotação do disco ao centro da partícula é igual a $0,1\sqrt{3}\text{m}$. Use $g = 10\text{m/s}^2$.

A velocidade angular do disco é:

- 3 rad/s
- 5 rad/s
- $5\sqrt{2}$ rad/s
- $8\sqrt{3}$ rad/s
- 10 rad/s



Respostas:

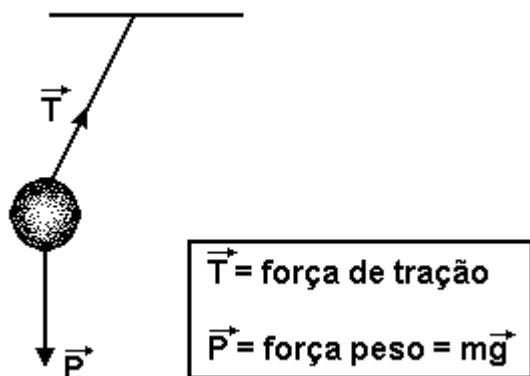
Exercícios de aprendizagem:

1) a

Exercícios de Fixação:

1) c 2) e

3) a)



R = 0,30 N b) $v = 0,60$ m/s $f \cong 0,80$ Hz 4) e

5) a) $T = \frac{mg}{\cos \theta}$ b) $\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cos \theta}}$ c) $T = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}}$

6) a) 5,0 N b) 2,6 rad/s 7) 45° 8) a) $\mu = 0,4$ b) $\theta = \arctg 1,6$ ou $\theta \cong 58^\circ$ 8) a) $T = 10$ N b) $w = 4$ rad/s 9) e