Cinemática

Assunto: Cinemática Vetorial

Aula 07 – Movimento Circular e Uniforme

Para acompanhar esta aula em vídeo, vá na aba Aulas e clique em Cinemática Vetorial – aula 07

Movimento Circular e Uniforme

É fácil imaginar um corpo girando em torno de uma circunferência de raio R **(figura 1)**.

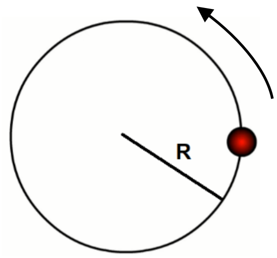


figura 1

Se esse corpo estiver com uma velocidade escalar constante, damos a esse movimento o nome de **movimento circular e uniforme (MCU).** Para o estudo do MCU, é importantíssimo conhecermos 6 formulas (equações) e logicamente conhecer o significado de cada variável nas fórmulas. Então nesta aula irei dedicar a mostrar estas equações, e ao final colocarei o formulário com todas elas.

Período e Frequência:

O **período (T)** é definido como o tempo em que um evento se repete. No caso do MCU, o período será o tempo em que o corpo gasta para dar uma volta na circunferência. Já a **frequência (*f*)** é definida como o número de repetições do movimento em uma unidade do tempo.

Vejamos então, em cada figura abaixo vamos determinar o **período** e a **frequência** do movimento. O tempo dado em cada caso é o tempo em que o móvel deu uma volta na circunferência:

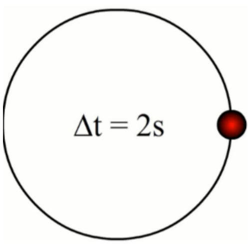


figura 2

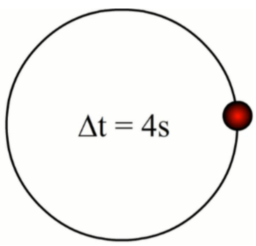


figura 3

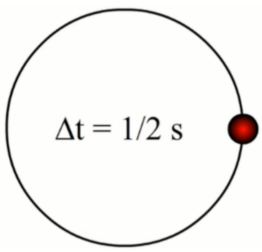


figura 4

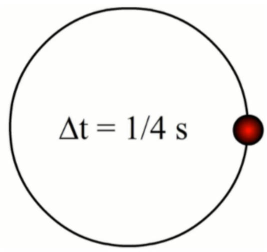


figura 5

No caso da **figura 2**, o móvel deu uma volta na circunferência em Δt = 2s. Então o período do movimento será T = 2s. Já para a frequência, a pergunta é, quantas voltas o corpo deu em 1s? É fácil perceber que se ele deu uma volta em 2s, em 1s ele dará ½ volta. Então a frequência será *f* = ½ vps (volta por segundo)

No caso da **figura 3**, o móvel deu uma volta em Δt = 4s. Sendo assim o T = 4s. Se ele deu uma volta em 4s, em 1s ele dará ¼ de volta. Então *f* = ¼ vps.

No caso da **figura 4,** o móvel deu uma volta em Δt = ½ s. Sendo assim o T = ½ s. Se ele deu uma volta em 1/2s, é fácil concluir que em 1s ele dará 2 voltas. Então *f* = 2 vps.

No caso da **figura 5**, se o móvel dá uma volta em ¼ s, o período será T = ¼ s. Já a frequência que é o número de voltas em 1s, será 4. Então *f* = 4 vps.

Período é tempo, então a unidade de período será hora (h), minuto (min), segundo (s), dia (d), ano (a). No S.I. trabalhamos com segundo. Já a unidade de frequência será rotações por hora (rph), rotações por minuto (rpm), rotações por segundo (rps) chamado também de hertz (Hz).

Então teremos como respostas:

	período	**frequência**
figura 2	**2s**	**½ Hz**
figura 3	**4s**	**¼ Hz**
figura 4	**½ s**	**2 Hz**
figura 5	**¼ s**	**4 Hz**
. . .	**. . .**	**. . .**
	T	**1/T**

É fácil perceber, nos exemplos acima, que a **frequência é o inverso do período**. Isto é facilmente demonstrado por uma regra de três simples.

número de voltas **tempo**

1 ________________ **T**

f ________________ **1**

Uma vota será dada no tempo de um período. O número de voltas dadas em uma unidade de tempo chamamos de frequência.

$$\boxed{T \cdot f = 1} \quad \textbf{(1)}$$

As unidades mais utilizadas na Física é o rpm (rotações por minuto) e o Hz. Então é interessante sabermos converter o rpm para Hz. Então vamos transformar 1 rpm para Hz.

Número de voltas	tempo
1	60s (1 minuto = 60s)
f	1s

Então *f* = (1/60) Hz.

Conclusão: Para converter rpm para Hz, basta dividir por 60.

Período (T)	Frequência (f)
segundo (s)	rps = hertz (Hz)
minuto (min)	rpm
hora (h)	rph
⋮	⋮

$$\text{rpm} \xrightarrow{\div 60} \text{Hz}$$

MOVIMENTO	PERÍODO
Translação da Terra.	365 dias
Rotação da Terra.	24 h
Volta completa do ponteiro das horas.	12 h
Volta completa do ponteiro dos minutos.	1 h
Volta completa do ponteiro dos segundos.	1 min

Exercícios de aprendizagem:

1) Um corpo realiza um movimento circular e uniforme. Ele completa 10 voltas na circunferência a cada segundo. Qual o seu período e a sua frequência?

2) A hélice de um ventilador executa 1200 rotações por minuto (rpm). Determine seu período e sua frequência no SI.

A relação entre o radiano e o número π:

A definição do radiano é o **ângulo** formado por um arco de circunferência de comprimento igual ao raio. Então observe as figuras:

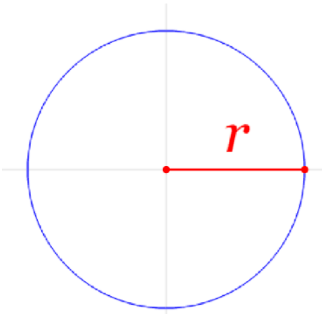


figura 6

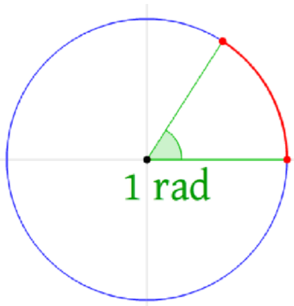


figura 7

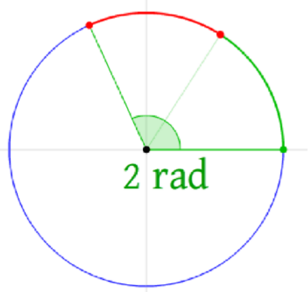


figura 8

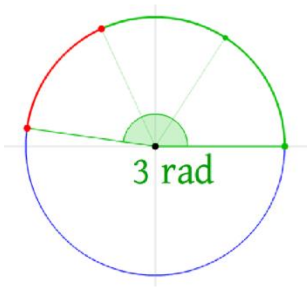
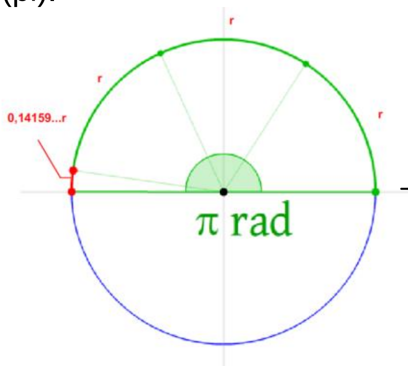


figura 9

Na figura 6 você tem uma circunferência de raio "r". Se pegarmos o comprimento deste raio e fazermos um arco na circunferência de mesmo comprimento, teremos um ângulo de 1 radiano **(figura 7)**. Acrescentando mais um arco, teremos agora 2 radianos **(figura 8)**. Então se acrescentarmos mais um arco, teremos agora 3 radianos **(figura 9)**. Observe que agora falta apenas um pedacinho de arco para alcançarmos 180º (metade da circunferência). Esse pedacinho que falta equivale a 0,14159... do valor do raio da circunferência. Então teremos para 180º, 3 rad + 0,14159... rad, que dará 3,14159... rad. Esse número é o famoso número π (pi).



Conclusão: 180º é igual a π rad. Quando trabalhamos com MCU, temos que trabalhar sempre com ângulos em radianos. Portanto se for dado em um problema de MCU ângulos em graus, o ideal é transformar primeiro para radianos. Isso é facilmente executado, através de uma regra de três simples.

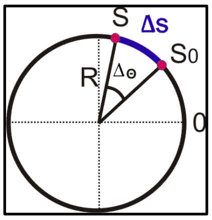


figura 10

Uma outra conclusão que é fácil perceber, é que o comprimento de um arco de circunferência será igual ao valor do ângulo em radianos, que esse arco faz com o centro da circunferência, multiplicado pelo comprimento do raio.

Se um corpo se desloca (Δs) de s_0 a s, na **figura 10**, ele terá percorrido um ângulo $\Delta\theta$ em radianos. Se multiplicarmos o valor de $\Delta\theta$ pelo valor do raio, teremos o valor do deslocamento escalar Δs.

$$\boxed{\Delta s = \Delta\theta \cdot R} \quad \textbf{(2)}$$

Exercícios de aprendizagem:

3) Transforme os seguintes ângulos em radianos:

a) 30º b) 45º c) 90º

Velocidade angular média (w):

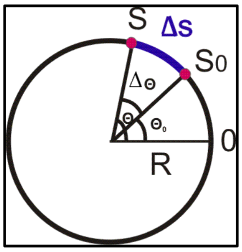


figura 11

Na **figura 11**, temos um móvel partindo da posição s_0 e deslocando Δs até a posição final s. Observe que angularmente ele partiu de θ_0 e deslocou $\Delta\theta$ até θ. Já vimos em movimento uniforme, que a velocidade escalar média de um corpo é dado por ($v_m = \Delta s/\Delta t$), que é a razão entre o deslocamento escalar Δs e o intervalo de tempo Δt para que o deslocamento ocorra. Para a velocidade angular, teremos algo parecido. A velocidade angular será a razão entre o deslocamento angular $\Delta\theta$ e o intervalo de tempo Δt para que esse deslocamento ocorra.

$$\boxed{w = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}} \quad \textbf{(3)}$$

Para o movimento circular, normalmente usamos os ângulos em radianos. Portanto no SI a unidade de w será o rad/s.

Logicamente que para usar a equação acima, teríamos que conhecer no problema tanto a variação angular $\Delta\theta$ como o intervalo de tempo Δt. Porém, a partir da equação dada, existe uma equação mais simples que dependerá apenas do período ou da frequência do movimento. Vamos supor que a particular dê uma volta na circunferência em um intervalo de tempo Δt. Matematicamente, como é uma volta teremos $\Delta\theta = 2\pi$ rad, e para o tempo teremos $\Delta t = T$ (período) que é o tempo que o corpo gasta para uma volta completa. Sendo assim a equação anterior poderá se apresentar como:

$\boxed{w = \frac{2\pi}{T}}$ ou ainda, como $T = \frac{1}{f}$ poderemos ter que $w = \frac{2\pi}{\frac{1}{f}} = 2\pi f$. Logo: $\boxed{w = 2\pi f}$ **(4)**

Obs. Normalmente nos problemas de movimento circular, é dado o período ou a frequência do movimento. Sendo assim, as equações acima serão importantes para se calcular a velocidade angular média, ou a velocidade angular caso ela seja constante no decorrer do tempo. Quando estudarmos ondulatória, essa velocidade angular terá o nome de pulsação. Portanto se encontrar esse termo em movimento circular, já sabe que é a velocidade angular.

Velocidade linear (v):

A velocidade linear, é a velocidade que o corpo tem escalarmente na periferia da circunferência. Se pensarmos em vetor velocidade, seria o módulo do vetor velocidade na periferia da circunferência em um certo instante, ou ainda, o módulo da velocidade tangencial em um certo instante.

A partir da equação **(3)** $w = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, se multiplicarmos ambos os membros da equação por R (raio), teremos: $w \cdot R = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \cdot R$ 01

Veja na equação **(2)** que $\Delta\theta \cdot R = \Delta s$, logo teremos que: $w \cdot R = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Como $\frac{\Delta s}{\Delta t} = v$ podemos finalizar a equação:

$$\boxed{v = w \cdot R} \quad \textbf{(5)}$$

A velocidade linear, a velocidade escalar e o módulo da velocidade tangencial, em um certo instante, terão o mesmo valor e serão dadas por ($w \cdot R$).

Aceleração Centrípeta (a_{CP}):

É a aceleração responsável pela mudança de direção do vetor velocidade. Ela estará sempre direcionada para o centro da trajetória **figura 12** e seu valor, já estudado na aula 04 de Cinemática Vetorial, será dado por:

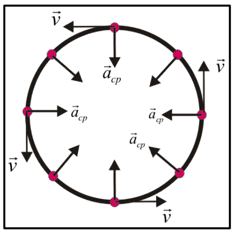


figura 12

$$\boxed{a_{cp}=\frac{v^2}{R}}\ \textbf{(6)}$$

A aceleração centrípeta é um vetor sempre direcionado para o centro da curva no ponto dado, e seu módulo é a razão entre a velocidade do móvel ao quadrado dividido pelo raio da curva no ponto considerado.

Outra equação para a aceleração centrípeta, surge quando substituímos a velocidade pela equação (5):

Em **(5)** temos que $v=w\cdot R$. Substituindo em **(6):** $a_{cp}=\frac{(w\cdot R)^2}{R}=\frac{w^2\cdot R^2}{R}$

Simplificando o R teremos: $\boxed{a_{cp}=w^2\cdot R}$ **(7)** $\Longrightarrow$ **(Na ondulatória esta equação será bem importante)**

Função horária angular em um MCU:

Vamos continuar imaginando um movimento uniforme sobre uma circunferência de raio R. Escalarmente na periferia da circunferência, teremos a equação horária das posições $s = s_0 + vt$, que é a equação horária do M.U.

$s=s_0+v\cdot t \Longrightarrow s-s_0=v\cdot t \Longrightarrow \Delta s=v\cdot t$ (agora dividindo ambos os membros por R)

$\frac{\Delta s}{R}=\frac{v}{R}\cdot t \Longrightarrow$ Na equação **(5)** temos que $v=w\cdot R$. Portanto $\frac{v}{R}=\omega$. Sendo assim:

$\frac{\Delta s}{R}=\omega\cdot t \Longrightarrow$ Na equação **(2)** temos que $\Delta s=\Delta\theta\cdot R$. Logo $\frac{\Delta s}{R}=\Delta\theta$. Substituindo:

$\Delta\theta=\omega.R \Longrightarrow \theta-\theta_0=\omega\cdot R \Longrightarrow \boxed{\theta=\theta_0+\omega\cdot R}$ $\left\{\text{Equação horária angular do MCU}\right\}$

Para finalizar esta aula, colocarei agora um formulário das equações mais importantes. Sabendo-as você resolverá com mais facilidade qualquer problema de MCU.

$\boxed{T\cdot f=1}$ $\boxed{\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$ $\boxed{w=2\cdot\pi\cdot f}$ $\boxed{v=\omega\cdot R}$ $\boxed{a_{cp}=\frac{v^2}{R}}$ $\boxed{\theta=\theta_0+\omega\cdot t}$

Lembre-se que se deve trabalhar sempre com os ângulos em radianos.

Exercícios de aprendizagem:

Os demais exercícios de aprendizagem e Fixação estarão na aula 08 de cinemática vetorial.

Respostas:

Exercícios de aprendizagem:

1) f = 10 Hz T = (1/10) s 2) f = 20 Hz T = (1/20) s 3) a) (π/6) rad b) (π/4) rad c) (π/2) rad